

# Estabilidad y asismicidad de las construcciones

POR JULIO IRAÑEZ V.

(Continuación)

El procedimiento elasticimétrico ha sido empleado Experimental durante varios años en la confección de proyectos de edificios, puentes y otras estructuras; especialmente en aquellas en que la determinación analítica de las fuerzas interiores es más difícil. También se ha construido un elasticómetro de suficiente capacidad para medir esfuerzos de ruptura en modelos de hormigón armado hasta de  $0,10^m \times 0,10^m$  de sección transversal, con armaduras de fierro cuya sección alcanza al 4% de la sección del hormigón. Estos modelos tendrán, pues, proporciones ya más semejantes a las de las estructuras verdaderas. Las medidas que así se hagan serán independientes del efecto de variación del coeficiente de elasticidad del hormigón y mostrarán, en consecuencia, los errores a que conducen las fórmulas usuales de cálculo de este material, que no toman en cuenta esa variación.

## ACCIONES DINÁMICAS

La acción de fuerzas dinámicas sobre las estructuras no puede, como se comprende, ser determinada en la forma descrita en el capítulo anterior. Como, por otra parte, no es posible dejar de considerarlas, especialmente las que provienen de los temblores que son de magnitud considerable, indicaremos un procedimiento analítico aproximado, que fué expuesto por primera vez en los «Anales del Instituto de Ingenieros de Chile» en abril de 1939 y que ha sido incorporado a nuestra Ordenanza General de Construcciones y Urbanización.

Para una mejor comprensión de lo que se dice más adelante, estimamos conveniente tener presente las siguientes ideas sobre los temblores:

Las pequeñas contracciones que experimenta la esfera, u otras causas, producen presiones crecientes en la corteza rocosa hasta alcanzar el límite de ruptura. Esta puede producirse en un solo punto o según una línea o según un plano (Falla). El choque de la ruptura da origen en ese punto, llamado hipocentro del temblor, a oscilaciones amortiguadas que se propagan en el medio elástico. Estas oscilaciones, en un medio homogéneo, se harían con movimiento armónico simple, debido a que la reacción del medio es proporcional a la elongación del punto que oscila (Ley de Hooke). En la práctica esto no sucede exactamente.

La propagación se efectúa según ondas longitudinales (Compresión y dilatación

de los elementos alineados radialmente a partir del hipocentro) y según ondas transversales (Cizalle alternante de los mismos elementos). Las últimas llegan a los diversos puntos de la superficie de la Tierra con retardo respecto de las primeras, porque su propagación es más lenta. Estos dos grupos constituyen las «ondas precursoras». Posteriormente llegan las «ondas principales» del temblor. Estas no parten del hipocentro sino del epicentro, que es el lugar de la superficie de la Tierra que queda en la misma vertical que el hipocentro. Durante el temblor el epicentro se agita con movimientos irregulares, de naturaleza peligrosa aún para las construcciones mejor proyectadas. También pueden producirse aquí fallas o partiduras de la tierra.

A un punto llegan, en consecuencia, primero: las ondas precursoras longitudinales, después, las ondas precursoras transversales y finalmente las ondas principales. Los fenómenos de reflexión, refracción, etc., introducen nuevos sistemas de ondas que complican extraordinariamente el movimiento. Las ondas sonoras y las lentas pueden deberse a estas consideraciones.

Sin embargo, hasta ahora ha sido costumbre asimilar el temblor a dos oscilaciones armónico simples horizontales, normales entre sí y una vertical. Esta última con amplitudes no mayores de un medio de las ondas horizontales en zonas apartadas del epicentro. Su acción no ofrecería peligro porque obra en el sentido de la gravedad, para lo cual son siempre resistentes las construcciones.

Las ondas horizontales precursoras tienen, por lo general, amplitudes que no exceden de algunos milímetros y su periodo no sobrepasa de algunos centésimos de segundo. Las ondas principales tienen amplitudes que pueden llegar a 5 centímetros y ocasionalmente más, y periodos especialmente comprendidos entre medio y dos y medio segundos. La aceleración resultante, tomada del movimiento armónico simple, y que es la base para la clasificación de los temblores, alcanza en grandes sismos hasta 2 metros por segundo, pero es costumbre admitir solamente un metro por segundo.

#### BASE DEL PROCEDIMIENTO SIMPLIFICADO

Si se liga a un extremo de una varilla vertical un cuerpo pesado, se toma firmemente la varilla del otro extremo y se la agita con movimiento oscilatorio horizontal, (Fig. 12) pueden presentarse los siguientes 3 casos:

- 1) La varilla es gruesa y rígida. En tal caso, el cuerpo pesado sigue casi exactamente las oscilaciones horizontales de la mano y la varilla permanece recta. La fuerza que debe ejercerse sobre la varilla depende de la violencia de los cambios en el movimiento de la mano, o sea de su aceleración en cada instante y de la masa del cuerpo pesado.
- 2) La varilla es delgada y flexible. En tal caso, aunque la mano oscile horizontalmente, el cuerpo pesado o no se mueve, o se mueve muy poco, en tanto que la varilla se flexiona tanto como el camino recorrido por la mano o sea, como la amplitud de su movimiento. La fuerza que debe ejercer sobre la varilla para producir la oscilación depende de la amplitud de los movimientos de la mano y de la mayor o menor flexibilidad de la varilla.

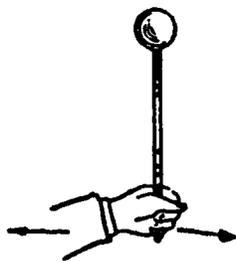


Fig. 12

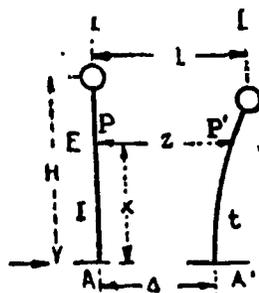


Fig. 13

3) La varilla no es tan rígida como en el caso 1) ni tan flexible como en el caso 2). Si el movimiento de la mano se hace con un ritmo adecuado y constante puede obtenerse que la varilla oscile cada vez con mayor violencia hasta romperse: Se ha producido la resonancia.

Demostremos analíticamente que el primer caso se presenta cuando el período propio de vibración del sistema formado por la varilla y el cuerpo pesado es muy pequeño en relación con el período de las oscilaciones de la mano; el segundo caso cuando el período propio del sistema es muy grande en relación con el período de las oscilaciones de la mano, y el tercer caso cuando ambos períodos son iguales.

En el caso de la Fig. 13. Sean E e I las características de rigidez de la varilla. Sea H su altura, M la masa concentrada en su extremo superior. Admitiremos que el extremo inferior A de la varilla se mueve con movimiento oscilatorio horizontal de ley sinusoidal (Armónico simple). En un instante dado t del movimiento el punto A se habrá trasladado a una posición tal como A' por ejemplo y la varilla estará en la posición II. El movimiento de A quedaría definido por la expresión:

$$\Delta = \Delta_{\max} \text{sen } 2\pi \frac{t}{T}$$

en que  $\Delta_{\max}$  es la amplitud de la onda y T el período completo. El movimiento de P quedaría definido por la expresión:

$$z = z_0 \text{sen } 2\pi \frac{t}{T}$$

( $z_0$  = amplitud máxima de P). Para los demás puntos esta expresión sólo varía en la amplitud. Llamando l los valores de z para  $x = H$ , la expresión del movimiento de la masa M será:

$$l = L \text{sen } 2\pi \frac{t}{T}$$

siendo  $L$  la amplitud máxima. La reacción de inercia de  $M$  será:

$$M \frac{d^2 l}{dt^2}$$

que constituye una sollicitación horizontal en el extremo superior de la varilla. Esta reacción producirá momentos y esfuerzos de corte que deben ser calculados.

Sea  $m_x$  el valor del momento de flexión a una cota  $x$ . Se puede escribir la ecuación:

$$\frac{d^2 z}{dx^2} = \frac{m_x}{EI} \quad (1)$$

o bien, derivando con respecto a  $x$ :

$$\frac{d^3 z}{dx^3} = \frac{T_x}{EI} \quad (2)$$

puesto que la derivada de  $m_x$  con respecto a  $x$  es el esfuerzo  $T_x$  de corte en esta cota. Como la única sollicitación debida a la oscilación de la varilla es la acción horizontal  $M \frac{d^2 l}{dt^2}$  éste será el esfuerzo de corte a cualquier cota, luego:

$$EI \frac{d^3 z}{dx^3} = M \frac{d^2 l}{dt^2} \quad (3)$$

Para el segundo miembro se tiene:

$$l = L \operatorname{sen} 2\pi \frac{t}{T} \quad (4)$$

$$\frac{dl}{dt} = \frac{2\pi}{T} L \cos 2\pi \frac{t}{T} \quad (5)$$

$$\frac{d^2 l}{dt^2} = -\frac{4\pi^2}{T^2} L \operatorname{sen} 2\pi \frac{t}{T} \quad (6)$$

o sea:

$$EI \frac{d^3 z}{dx^3} = -\frac{4\pi^2 M}{T^2} l \quad (7)$$

e integrando:

$$EI \frac{d^2 z}{dx^2} = -\frac{4\pi^2 M l}{T^2} x + A \quad (8)$$

De la ecuación (1) se deduce que el primer miembro de la ecuación (8) vale 0 para  $x = H$  porque el momento es aquí evidentemente nulo.

Entonces:

$$A = \frac{4 \pi^2 M l}{T^2} H$$

y la ecuación (8) queda:

$$E I \frac{d^2 z}{dx^2} = \frac{4 \pi^2 M l}{T^2} (H - x)$$

Integrando otra vez se tiene:

$$E I \frac{dz}{dx} = \frac{4 \pi^2 M l}{T^2} \left[ Hx - \frac{x^2}{2} \right] + B \quad (9)$$

Para  $x = 0$ ,  $\frac{dz}{dx} = 0$  debido al encastramiento de la varilla en su base inferior, luego:  $B = 0$ , de donde:

$$E I \frac{dz}{dx} = \frac{2 \pi^2 M l}{T^2} (2Hx - x^2) \quad (9')$$

Integrando de nuevo se tiene:

$$E I z = \frac{2 \pi^2 M l}{T^2} \left( 2H \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3} \right) + C \quad (10)$$

De la ecuación 10 se puede escribir:

$$E I \Delta = C$$

de donde;

$$z = \frac{2 \pi^2 M l}{E I T^2} \left( Hx^2 - \frac{x^3}{3} \right) + \Delta \quad (10')$$

En la ecuación (10) se pueden introducir los valores  $x = H$ ,  $z = l$  y  $C = E I \Delta$  quedando entonces referida al extremo superior de la varilla. Se llega así a:

$$E I l = \frac{2 \pi^2 M l}{T^2} \frac{2}{3} H^3 + E I \Delta \quad (10'')$$

o bien:

$$\left( E I - \frac{4 \pi^2 M}{3 T^2} H^3 \right) = E I \Delta$$

de donde.

$$l = \frac{\Delta}{1 - \frac{4}{3} \frac{\pi^2 M H^3}{E I T^2}} \quad (10'')$$

valor que introducido en  $z$  da:

$$z = \frac{2 \pi^2 M \Delta}{E I T^2 - \frac{4}{3} \pi^2 M H^3} \left( H x^2 - \frac{x^3}{3} \right) + \Delta \quad (10''')$$

La ecuación (10''') es pues la ecuación de la elástica de la varilla para un desplazamiento  $\Delta$  de  $A$ .

La deflexión de la varilla en cada punto vale:

$$\lambda = z - \Delta = \frac{2 \pi^2 M \Delta}{E I T^2 - \frac{4}{3} \pi^2 M H^3} \left( H x^2 - \frac{x^3}{3} \right) \quad (11)$$

Este valor es máximo para  $x = H$ , en cuyo caso:

$$\lambda = \frac{4 \pi^2 M \Delta}{E I T^2 - \frac{4}{3} \pi^2 M H^3} \frac{H^3}{3} \quad (12)$$

De la ecuación (11) se deduce que la máxima deflexión en cualquier parte de la varilla se produce para los mayores valores de  $\Delta$ . Adoptando para este valor la amplitud máxima del movimiento, la ecuación (10''') será la ecuación de la elástica extrema que produzca las mayores sollicitaciones en la varilla. Esto está de acuerdo con el hecho de que en esta posición la masa  $M$  está sometida a la mayor aceleración, y en consecuencia desarrolla una mayor reacción de inercia.

Para establecer los momentos en las varillas se puede derivar dos veces la ecuación (10'''), reemplazando  $\Delta$  por  $\Delta_{\max}$  se tendrá:

$$\frac{dz}{dx} = \frac{2 \pi^2 M \Delta_{\max}}{E I T^2 - \frac{4}{3} \pi^2 M H^3} (2 H x - x^2) \quad (13)$$

$$\frac{d^2z}{dx^2} = \frac{4 \pi^2 M \Delta_{\max}}{E I T^2 - \frac{4}{3} \pi^2 M H^3} (H - x) \quad (14)$$

Como:

$$EI \frac{d^2 z}{dx^2} = m_x$$

se tendrá:

$$m_x = \frac{4 \pi^2 M \Delta_{\max} EI}{EI T^2 - \frac{4}{3} \pi^2 M H^3} (H - x) \quad (15)$$

valor que se hace máximo para  $x = 0$ , o sea, en la base de la varilla, como era de suponerlo. Este valor decrece linealmente hacia arriba hasta anularse en el extremo. El valor máximo del momento en la base tiene entonces la expresión:

$$m_0 = \frac{4 \pi^2 M \Delta_{\max} EI}{EI T^2 - \frac{4}{3} \pi^2 M H^3} H \quad (15')$$

Aquí el denominador se hace cero para:

$$EI T^2 = \frac{4}{3} \pi^2 M H^3$$

o sea.

$$T = 2 \pi \sqrt{\frac{M H^3}{3 EI}} \quad (16)$$

en cuyo caso el momento es infinitamente grande y la varilla se rompe. Esta condición corresponde a la resonancia, o sea, a la igualdad entre el período propio de vibración del sistema y el período del movimiento de A.

Si en la ecuación (15) se hace  $EI = \infty$ , o sea que se supone la varilla infinitamente rígida, se tiene simplificando por  $EI$ :

$$m_x = \frac{4 \pi^2 M \Delta_{\max}}{T^2} (H - x) \quad (17)$$

Si llamamos (a) la aceleración del punto A y  $A_{\max}$  su mayor valor, se puede obtener, de la ecuación:

$$\Delta = \Delta_{\max} \operatorname{sen} 2 \pi \frac{t}{T}$$

$$a = \frac{4 \pi^2}{T^2} \Delta_{\max} \operatorname{sen} 2 \pi \frac{t}{T}$$

y

$$A_{\max} = \frac{4 \pi^2}{T^2} \Delta_{\max}$$

que introducido en (17) da:

$$m_x = A_{\max} M (H - x) \quad (17')$$

o sea, que el momento en la varilla depende de la aceleración máxima en A, de la masa en el extremo superior y de la distancia entre la sección considerada y ese extremo. Ahora bien, si A estuviera animado de una aceleración constante igual a la máxima ( $A_{\max}$ ) la reacción de inercia de M sería también  $M A_{\max}$  y el momento de flexión en la varilla a una distancia  $H-x$  de M valdría:  $A_{\max} M (H-x)$ , como (17').

Se demuestra así que para el caso de una varilla infinitamente rígida las sollicitaciones desarrolladas en ella dependen exclusivamente de la aceleración del movimiento oscilatorio y no de su período ni amplitud.

Si en la ecuación (10'') se hace  $E I = 0$  (Varilla infinitamente flexible) se tiene:

$$z = \frac{3 \pi^2 M \Delta}{2 \pi^2 M H^3} \left( H x^2 - \frac{x^3}{3} \right) + \Delta$$

o bien:

$$z = \frac{3 \Delta}{2 H^3} \left( H x^2 - \frac{x^3}{3} \right) + \Delta \quad (18)$$

de donde:

$$\frac{\delta z}{\delta x} = \frac{3 \Delta}{2 H^3} (2 H x - x^2)$$

y

$$\frac{\delta^2 z}{\delta x^2} = \frac{3 \Delta}{2 H^3} (2 H - 2 x)$$

El momento de flexión en la varilla, a una cota  $x$  cualquiera, valdrá:

$$m_x = E I \frac{\delta^2 z}{\delta x^2} = \frac{3 E I \Delta}{H^3} (H - x) \quad (19)$$

Ahora bien, un desplazamiento  $\Delta$  horizontal de A, si se mantiene invariable la posición de M, equivale a una deflexión  $\Delta$  del extremo de la varilla, provocado por un esfuerzo horizontal P de expresión:

$$\Delta = \frac{P H^3}{3 E I}$$

El momento de flexión producido por P a una cota  $x$  de la varilla será igual a  $m_x = (H - x) P$ .

Introduciendo el valor de P se tendrá:

$$m_x = \frac{3 E I \Delta}{H^3} (H - x)$$

expresión análoga a la de la ecuación (19).

Se demuestra así que para el caso de una varilla infinitamente flexible, las sollicitaciones en ella desarrolladas dependen exclusivamente de la amplitud del movimiento oscilatorio y no de su período o de su aceleración.

Las anteriores conclusiones tienen importancia en cuanto a que demuestran que: en estos casos extremos, no tiene efecto la forma de la onda del movimiento oscilatorio y sólo importa la aceleración máxima o la amplitud del movimiento según que se trate de una varilla muy rígida o muy flexible respectivamente. En varillas de rigidez intermedia, tal que provoquen resonancia, las sollicitaciones son infinitamente grandes y tampoco importaría la forma de la onda, como se comprende.

**ESTUDIO DE UNA CEPA DE PUENTE DE HORMIGON ARMADO, CON DIFERENTES RIGIDECES, SOMETIDO A UN TEMBLOR**

REPRESENTACIÓN GRÁFICA DE LAS SOLICITACIONES MÁXIMAS RESULTANTES

El caso de la varilla sometida a oscilaciones horizontales es análogo al del puente indicado en Fig. 14 sometido a un temblor según su eje longitudinal, si se

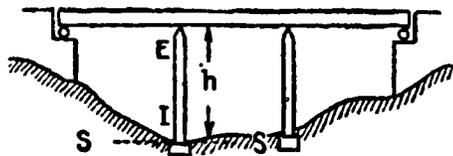


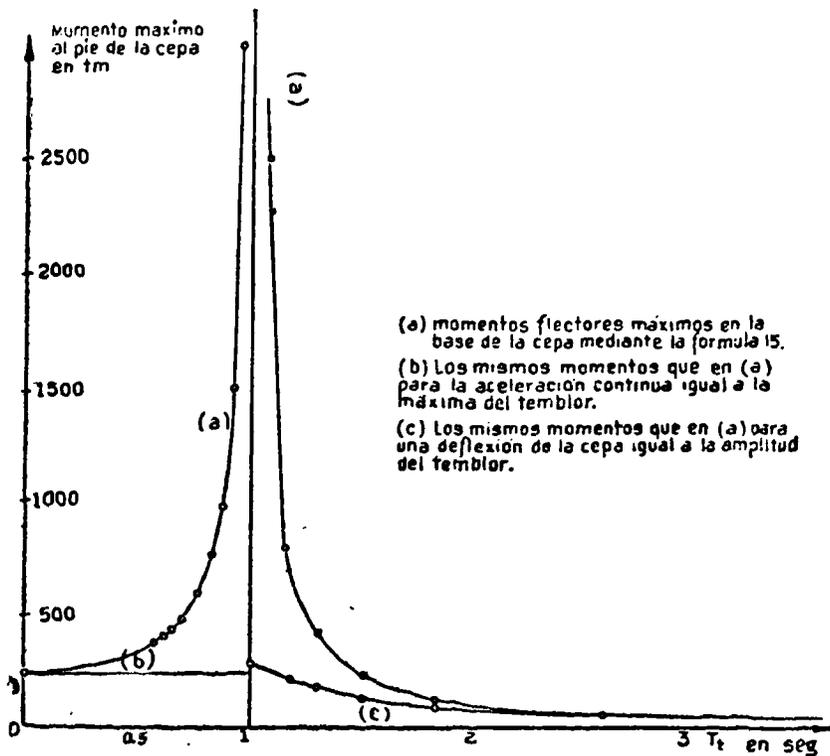
Fig. 14

desprecia la masa de las cepas mismas y la pequeña resistencia al rodado que puedan oponer los rodillos. Nos referiremos al siguiente ejemplo:

Peso de la superestructura que actúa sobre cada cepa...	200,000 kg.
Masa de la misma 200,000 : 980.....	205
Altura de la cepa.....	800 cm.
Módulo de elasticidad del material de la cepa.....	210,000 kg/cm <sup>2</sup>
Momento de inercia de la cepa, variable desde.....	0,5 · 10 <sup>6</sup> hasta 20 · 10 <sup>6</sup>

Determinados los momentos máximos en la base de la cepa, mediante la fórmula (15) se obtuvo la curva a) de la Fig. 15 para un temblor de onda sinusoidal cuya máxima amplitud es de 4 cm. y su período de 1 seg. La curva b) da el momento de flexión en la base de la cepa suponiendo toda la obra sometida a una aceleración continua igual a la máxima del movimiento armónico simple del temblor. La curva c) da el mismo momento de flexión suponiendo que el temblor se traduce en una simple deflexión de la cepa en una cantidad igual a la amplitud máxima del movimiento sísmico.

Se puede observar que existe bastante analogía entre la curva a) y la b) para el caso en que el período propio de la estructura,  $T_e$ , es inferior a 0,4 seg., o sea menos de  $0,4 T_e$ ; y que también hay gran analogía entre las curvas a) y c) cuando



Momentos flectores que produce en la base de las cepas del puente de fig.10 un temblor de onda sinusoidal, cuya máxima amplitud es de 4 cm., y su período de 1 segundo.

Fig. 15

$T_e$  es superior a  $2,5 T_t$  o sea a 2,5 segundos. Como los valores de las curvas b) y c) son de muy fácil determinación se ve la posibilidad de adoptarlos en vez de los valores de la curva a), siempre que la razón  $T_e/T_t$  sea menor que 0,4 o mayor que 2,5. Aún más, para razones  $T_e/T_t$  un poco mayores que 0,4 o un poco menores que 2,5 podría seguirse adoptando los valores de las curvas (b) y (c) modificadas por un valor de corrección deducido del gráfico de la Fig. 15.

Ahora bien, como para razones  $T_e/T_t$  aún más próximas a la unidad las sollicitaciones sísmicas son demasiado elevadas y no es económico generalmente proyectar estructuras que se hallen en tal caso, quedaría enteramente eliminada la necesidad de encontrar los valores de la curva (a) que constituyen la mayor dificultad de los cálculos de asismicidad por el método dinámico.

Surge ahora la cuestión de si las vibraciones del sistema elástico examinado, en su proximidad con la resonancia, difieren substancialmente de las de otros sistemas o si se comportan en forma parecida como para admitir que las conclusiones que de él se saquen, son aplicables a otros sistemas vibrantes. Estimamos que las experiencias del profesor Harry A. Williams de la Universidad de Stanford, California, publicadas en Proceedings of the American Society of Civil Engineers, octubre de 1937, comentadas por Merit P. White, pág. 858 de la IIª parte son bastante luminosas al respecto. En efecto, estas experiencias demuestran que un sistema vibrante de naturaleza enteramente diferente al que hemos examinado se com-

porta aproximadamente como éste. Además, la experiencia demuestra que la teoría y los hechos concuerdan.

Podría entonces establecerse la siguiente norma de cálculo aproximado:

- 1) Calcúlese el período propio  $T_e$  de vibración de la estructura.
- 2) Compárese éste con los períodos  $[T_t]_1 = 1$  seg. y  $[T_t]_2 = 2$  seg. del temblor (\*).
- 3) Si la razón  $T_e/[T_t]_1 < 0,4$  calcúlese la construcción como si estuviera sometida a una aceleración uniforme igual a la máxima del temblor.
- 4) Si la razón  $T_e/[T_t]_2 > 2,5$  calcúlese la construcción como sometida a un desplazamiento horizontal de su centro de gravedad respecto a la fundación igual a la máxima amplitud de la onda sísmica.
- 5) Si  $0,4 < T_e/[T_t]_1 < 0,75$  podría calcularse la obra como en el número 3) multiplicando las solicitaciones resultantes por un coeficiente de corrección  $\alpha$  que variaría linealmente desde 1 hasta 2 a medida que la razón  $T_e/[T_t]_1$  varía desde 0,4 hasta 0,75.
- 6) Si  $2,5 > T_e/[T_t]_2 > 1,5$  se procedería como en 4) multiplicando las solicitaciones resultantes por un coeficiente de corrección  $\beta$  que variaría linealmente desde 1 hasta 2 a medida que la razón  $T_e/[T_t]_2$  varía desde 2,5 hasta 1,5.
- 7) Las construcciones en que  $0,75 < T_e/[T_t]_1$  y  $1,5 > T_e/[T_t]_2$  deben evitarse.

Para poder practicar el método se necesita:

- a) Conocer el período de las ondas sísmicas;
- b) Conocer el período propio de vibración de la construcción;
- c) Conocer la aceleración máxima de la onda; y
- d) Conocer la máxima amplitud.

Con relación al período del temblor nos encontramos en los sismogramas con que este valor varía extraordinariamente. Existen ondas de apenas algunos centésimos de segundo de período, en tanto hay otras que tienen 10 y más segundos. Esto haría imposible la aplicación del método propuesto, y aún más, haría imposible construir a prueba de resonancia. Felizmente la experiencia parece haber demostrado que la parte destructora de los terremotos se debe a ondas cuyo período varía entre límites mucho más restringidos. Así, el profesor Omori, según Henry D. Dewell (Ingeniería Internacional 1928) opina que en la parte verdaderamente destructora de un terremoto el período está comprendido entre 1 y  $1\frac{1}{2}$  segundos. La opinión de John R. Freeman (Earthquake Damage and Earthquake Insurance), pág. 793, tampoco difiere mucho de la de Omori, pues acepta como límites probables de las ondas destructoras  $\frac{3}{4}$  y  $1\frac{1}{2}$  segundos. El profesor Imamura, de la Academia Imperial Japonesa y profesor de Sismología de la Universidad Imperial de Tokio, opina a este respecto en su obra «Theoretical and Applied Seismology», (pág. 40): «Puesto que en grandes terremotos el período de vibración que produce destrucción es de 1 a 2 segundos...». En la pág. 44: «Puesto que la fase principal que en general causa las destrucciones puede suponerse que tiene un período de vibración de alrededor de  $1\frac{1}{2}$  segundos...». Más adelante, en la pág. 720, dice: «Pero juzgando por una dilatada experiencia de grandes terremotos, el autor encuentra que los con períodos de alrededor de 1,5 segundos son los más frecuentes...». Finalmente, en la pág. 275 dice: «... aún en sismogramas encontramos a menudo ondas de período corto (0,1 a 0,3 segundos) con amplitudes de alrededor de 1 centímetro superpuestas a grandes movimientos de la tierra. Sin embargo, puesto que la energía del movi-

(\*) Límites probables entre los cuales varía el período de las ondas sísmicas destructoras.

miento ondulatorio es directamente proporcional al cuadrado de la amplitud, son apenas dignas de considerarse en cuanto a su poder destructivo se refiere... ».

Aparte de las opiniones que aquí indicamos puede citarse el caso de los terremotos de: San Francisco en 1906, cuyas ondas destructoras tuvieron un período de 1 segundo, según Omori, y el terremoto que destruyó a Tokio en 1923, cuyo período de vibración en las ondas destructoras, fué de 1,35 segundos medido exactamente.

De lo anterior se deduce que, aunque no existe una experiencia definitiva sobre cuál es el margen de variación del período de la parte destructora de los terremotos, no parece aventurado aceptar para él los límites de 1 y 2 segundos. Se tomaría entonces para  $T_1$  el valor 1 segundo para la aplicación de la curva (b) y 2 segundos para la aplicación de la curva (c). Aunque podría haber críticas en cuanto al rigor con que se han tomado estos límites, debe recordarse que la técnica de la construcción antisísmica debe contentarse, por ahora, con hacer estructuras que tengan la mayor probabilidad de resistir, aunque ésta no llegue a 100%.

Con relación al período propio de las construcciones estimamos que el mejor camino sería el experimental.

La expresión general de un período vibratorio es:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \gamma$$

en que  $T$  es el período de vibración,  $m$  la masa oscilante,  $k$  la rigidez de las partes y  $\gamma$  un coeficiente que depende de la distribución de la masa.

Período propio de vibración de una columna encastrada en su base (Fig. 16) (caso de un simple muro encastrado en sus fundaciones). El período está dado por la fórmula:

$$T_0 = 1,787 \sqrt{\frac{P h^3}{E I g}}$$

en que  $P$  es el peso en kilogramos, del muro o columna,  $h$  su altura en centímetros,  $E$  el módulo de elasticidad en kg, por  $\text{cm}^2$ ,  $I$  el momento de inercia de la sección transversal expresado en  $\text{cm}^4$ ,  $g$  la aceleración de la gravedad expresada en centímetros por segundo y  $T$  período propio de vibración expresado en segundos.

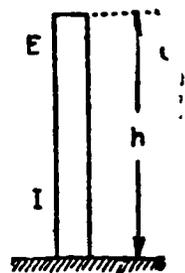


Fig. 16

La deducción de la presente fórmula puede encontrarse en el artículo de los profesores Leander M. Hoskins y Jhon D. Galloway, titulado «Earthquakes and Structures», publicado en Proceedings of American Society of Civil Engineers, de diciembre de 1938. El coeficiente numérico para las armónicas es el siguiente:

1.ª armónica

$$T_1 = 0,284 \sqrt{\frac{P h^3}{E I g}}$$

2.ª armónica

$$T_1 = 0,102 \sqrt{\frac{Ph^3}{EIg}}$$

3.ª armónica

$$T^1 = 0,052 \sqrt{\frac{Ph^3}{EIg}}$$

En general el interés que puede haber en determinar los períodos de estas armónicas es escaso porque son tan pequeños que sólo pueden producir resonancia con ondas inestables y de muy pequeña energía destructora.

2. Período propio de vibración de una masa sustentada por un apoyo elástico (Fig. 17).

Está dado por la fórmula 16) como sigue:

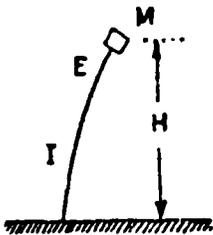


Fig. 17

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{MH^3}{3EI}}$$

en que las unidades son las mismas del caso anterior. Este caso se presenta en galpones, estanques elevados, machones de puentes, etc.

3. Período propio de vibración de un edificio de varios pisos del tipo de construcción comercial (Fig. 18).

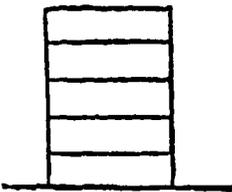


Fig. 18

$$T = \frac{\pi \sqrt{\frac{P}{gk}}}{\text{sen} \left[ \frac{\pi}{2} \frac{2n-1}{2N+1} \right]}$$

en que T es el período propio de vibración en segundos, P el peso expresado en kg., actuante en cada piso y que puede obtenerse sumando al peso del piso el peso de los semipilares y muros adyacentes al piso considerado, g la aceleración de la gravedad en cm/seg/seg, k es la fuerza en kg., que produciría un desplazamiento de 1 cm. en sentido horizontal, de un piso con respecto a su vecino superior o inferior (Rigidez horizontal entre pisos), n es el número de orden del modo de vibración buscado y que puede ser 1, 2, 3, ... hasta n. En la práctica basta hacer n = 1 porque es el modo fundamental el que constituye el verdadero peligro de la construcción; N es el número de pisos de la construcción. La anterior fórmula es válida solamente para edificios en que todos los pisos son iguales. Su deducción puede encontrarse en el comentario de Merit P. White publicado en Proceedings of American Society of Civil Engineers, de diciembre de 1938, pág. 2059. Este comentario completa la teoría iniciada por Lydik

S. Jacobsen en su artículo «Natural Periods of Uniform Cantilever Beams», publicado en el número de marzo del mismo año y de la misma revista.

Cuando los pisos son desiguales puede emplearse el procedimiento propuesto por el Ingeniero don Alberto Claro, que aparece en el número de enero de 1944 de «Los Anales del Instituto de Ingenieros de Chile», pág. 16, que consiste en determinar la flecha horizontal que se produce en la estructura sometida a cargas horizontales iguales al peso de la construcción: El período queda dado por la expresión:

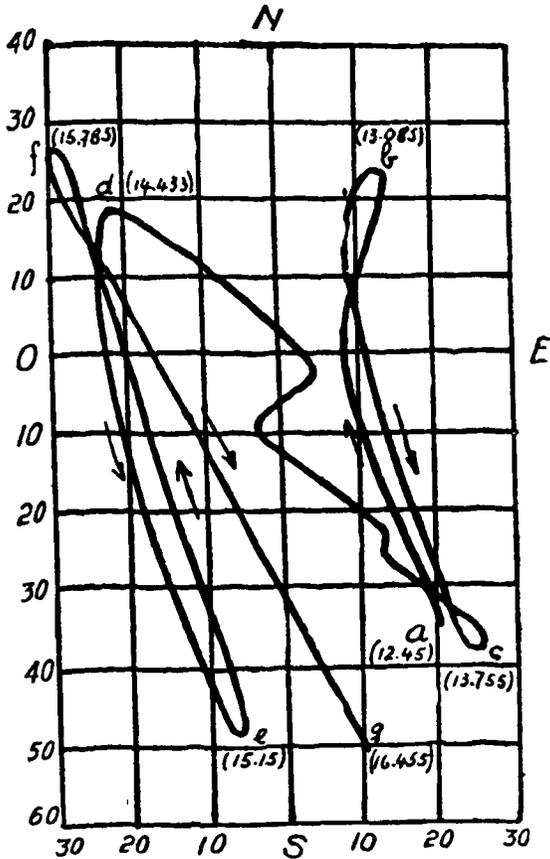
$$T = 0,2 \sqrt{\delta}$$

en que  $T$  es el período propio de vibración de la estructura, expresado en segundos y  $\delta$  es la flecha horizontal expresada en centímetros. En estructuras con proyecto definitivo la aplicación del procedimiento es fácil porque los momentos de flexión en los pilares son conocidos, lo que permite obtener rápidamente la flecha horizontal  $\delta$ . Cuando sólo se dispone de anteproyecto, si la estructura es regular, puede emplearse la fórmula aproximada que indica el señor Claro en su publicación de «Los Anales del Instituto de Ingenieros de Chile», de marzo de 1944, o determinar aproximadamente los momentos de flexión en los pilares, como lo mostraremos más adelante. Sin embargo, es necesario tener presente que los casos de construcciones complicadas deben resolverse mediante modelos a escala que son los únicos que conducen a resultados favorables en esta clase de determinaciones, sin necesidad de largos y tediosos procedimientos.

Con relación a la aceleración máxima de la onda, puede observarse lo siguiente: El valor de esta aceleración es la base de cálculo para construcciones rígidas ( $T_e/T_t < 0,75$ ), según nuestro método. Al fijar esta aceleración podría pensarse en adoptar los valores máximos instantáneos que acusan los acelerómetros durante terremotos destructores. Este modo de proceder, sin embargo, no produce resultados satisfactorios como se comprobó en el terremoto de Long Beach (E.E. U.U.). En efecto, en esa ocasión los acelerómetros midieron aceleraciones instantáneas máximas comprendidas entre 0,3 g y 1,0 g (Engineerings New Record, abril 6 de 1933). Sin embargo, las construcciones calculadas para resistir aceleraciones de 0,1 g no recibieron daño alguno y la destrucción general ocasionada por el temblor fué de moderada consideración. La explicación de esta aparente anomalía podría encontrarse en que las grandes aceleraciones instantáneas se producen: o porque la forma de la onda sísmica presenta puntas pronunciadas o porque son ondas de muy corto período. Pues bien, en ambos casos el tiempo en que se mantiene el alto valor de la aceleración es cortísimo y los desplazamientos del terreno de fundación durante ese tiempo son tan pequeños que pueden ser absorbidos aun por la escasa elasticidad de los edificios rígidos. Por esto parece más acertado atenerse a la experiencia de edificios rígidos que han sido calculados para resistir aceleraciones determinadas y que se han comportado satisfactoriamente en terremotos destructores. La práctica japonesa indica que estas aceleraciones están comprendidas entre 0,1 g y 0,2 g.

Finalmente, con relación a la amplitud máxima de las ondas sísmicas se puede decir lo siguiente. Esta amplitud sirve de base para el cálculo de construcciones no rígidas ( $T_e/T_t > 1,5$ ). Hasta ahora hay muy escasas medidas de amplitud de on-

das sísmicas en el área de máxima destrucción. Se debe esto a que las observaciones se hacían, hasta hace poco tiempo, en estaciones destinadas a medir temblores de poca intensidad, y cuando sobrevenia un terremoto se saltaban las agujas indicatrices del aparato. Opina a este respecto Jhon R. Freeman que el único sismograma que da datos completos aceptables es el del terremoto de Tokio, del 1.º de



Movimiento horizontal en la 1ª parte del terremoto de Tokio (12-IX-923)  
(Escala Natural)

Fig. 19

septiembre de 1923. Según este sismograma, el primer movimiento que fué el más destructor, tuvo ondas de 8,9 cm. de doble amplitud, o sea, 4,45 cm. de amplitud (Fig. 19). Según Omori, la doble amplitud en el terremoto de San Francisco de 1906 fué de 5 cm. (Dewell, Ingeniería Internacional, 1928). El terremoto de Uraga (Japón) el 26 de abril de 1922 tuvo doble amplitud medida de 6 cm., o sea 3 cm. de amplitud. Aparte de estas amplitudes de las ondas sísmicas durante el período destructivo del temblor, se manifiestan ondas lentas de dos, tres y más segundos que suelen tener mayor amplitud que las ondas destructoras. Así, por ejemplo, en

el citado terremoto de Tokio se produjo, algunas horas más tarde que el movimiento principal, un segundo movimiento cuya amplitud alcanzó a 10 cm, con períodos comprendidos entre dos y tres segundos. Si el período de ondas de esta clase se mantuviera constante y en concordancia con el de estructuras no rígidas, constituirían un peligro evidente para ellas. Felizmente, por los datos de los sismogramas de que se dispone, estas ondas no tienen frecuencia mantenida como la de las que hemos llamado ondas destructoras (de período comprendido entre 1 y 2 segundos), sino que su frecuencia varía en cada vaivén. A este respecto, refiriéndose al terremoto de Tokio dice Freeman (pág. 753): «Resulta de observaciones posteriores, que no hubo constancia en las ondas sísmicas de mayor amplitud del segundo movimiento en la tarde del 1.º de septiembre de 1923, lo que influyó en evitar la acumulación de tensiones, acumulación que debe haberse producido en el movimiento principal, lo que posiblemente fué una gran suerte para las estructuras sometidas a este segundo movimiento».

Con todo, es evidente que las ondas lentas en los grandes terremotos es una de las materias más interesantes que deben ser estudiadas por la Sismología.

De acuerdo con los escasos datos disponibles, parecería suficiente aceptar 3 a 4 cm. como amplitud máxima del movimiento sísmico. Sin embargo, debido a la incertidumbre actual, estimamos prudente adoptar valores que estén comprendidos entre 4 y 6 cm.

*Ejemplos.*—Damos a continuación algunos ejemplos de cálculo de sollicitaciones sísmicas en estructuras corrientes.

1) Muro de hormigón armado de 0,20 m. de espesor y 3 m. de altura, encastado en los cimientos (Fig. 20).

El período fundamental de vibración está dado por la fórmula:

$$T_0 = 1,787 \sqrt{\frac{P h^3}{E I g}}$$

en que:  $P = 2,400 \cdot 0,2 \cdot 3 = 1,440$  kg.

$$h = 300$$

$$E = 210,000$$

$$I = \frac{1}{12} 100 \cdot 20^3 = 66,700$$

$$g = 980$$

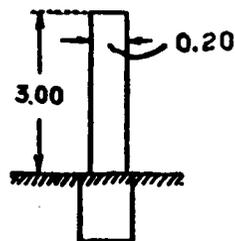


Fig. 20

de donde:

$$T_0 = 0,095 \text{ segundos.}$$

Puesto que se trata de una estructura rígida (período propio de vibración inferior a 1 segundo) adoptaremos el temblor de 1 segundo, o sea  $T_c = 1$ . Tendremos entonces:  $T_0/T_c = 0,095 < 0,4$ , o sea, que corresponde al caso 3) en que la acción del temblor se asimila a una aceleración uniforme igual a la máxima del temblor.

Si se admite 0,15 g. para esta aceleración la sollicitación máxima del muro, en su base será:

$$M = P \frac{h}{2} 0,15 = 1,44 \cdot 1,50 \cdot 0,15 = 0,322 \text{ ton/m.}$$

2) Puente de tres tramos con apoyos extremos de deslizamiento. Cepas y superestructura de hormigón armado. Temblor longitudinal (Fig. 21).

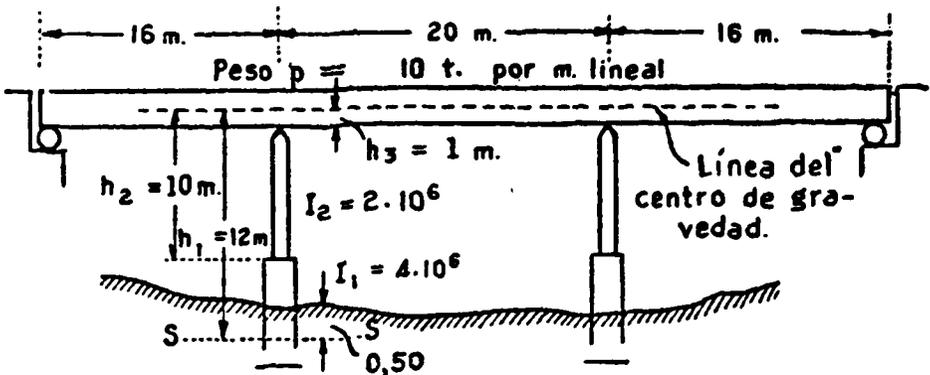


Fig. 21

Sobre cada cepa gravitan 26 m. de puente, o sea 260 ton., luego  $M = 260,000 : 980 = 265$ .

El momento de inercia de la cepa resulta de los momentos de inercia de los diferentes trozos de que se compone. El trozo  $h_3$  tiene un gran momento de inercia  $I_3$  que puede considerarse infinitamente grande en relación con los del resto de la cepa. El siguiente tiene un momento de inercia  $I_2 = 2 \cdot 10^6 \text{ cm}^4$  y el inferior tiene un momento de inercia  $I_1 = 4 \cdot 10^6$ . Se ha considerado la cepa encastrada 0,50 m. bajo el nivel del suelo. La masa de la cepa se ha despreciado. Cuando no es enteramente despreciable puede suponerse que la correspondiente a la mitad superior de la cepa se halla concentrada a la altura del centro de gravedad de la viga.

La altura de la masa  $M$  sobre la sección de encastramiento es  $H = h_1 = 1,200 \text{ cm}$ .

El momento equivalente de inercia de la cepa se obtiene por la relación:

$$I_m = \frac{h_1^3}{\frac{h_1^3 - h_2^3}{I_1} + \frac{h_2^3 - h_3^3}{I_2} + \frac{h_3^3}{I_3}}$$

o sea:

$$I_m = 2,36 \cdot 10^6 \text{ cm.}^4$$

y el período propio de vibración será:

$$T = 2 \pi \sqrt{\frac{MH^3}{3EI}} = 6,28 \sqrt{\frac{265 \cdot 1,440,000,000}{3 \cdot 210,000 \cdot 2,36 \cdot 10^6}} = 3,48 \text{ seg.}$$

Se deduce que la estructura es flexible (período propio de vibración superior a 2 segundos), y, en consecuencia, debe considerarse el temblor de 2 segundos:  $T_c = 2$ . Entonces:  $T_c/T_c = 3,48/2 = 1,74$ .

Esto corresponde al caso 6) en que la construcción se calcula como sometida a un desplazamiento horizontal de su centro de gravedad respecto a la fundación, igual a la máxima amplitud. Esta sollicitación queda recargada con el coeficiente  $\beta$  correspondiente, que vale en este caso:

$$\beta = 1 + \frac{1,52}{2} = 1,76$$

Si se admite como máxima amplitud del temblor  $\Delta = 4$  cm. tendríamos el siguiente momento máximo en la cepa:

$$m = \frac{3 E I \Delta}{H^2} = \frac{3 \cdot 210,000 \cdot 2,36 \cdot 10^6 \cdot 4}{1200^2} = 4,130,000 \text{ kg/cm.}$$

Este valor, multiplicado por el coeficiente  $\beta = 1,76$ , nos da finalmente la sollicitación sísmica  $4.130,000 \times 1,76 = 7.270,000$  kg/cm., o sea, *72,7 ton/m. en la base de la cepa.*

3) Edificio de hormigón armado de 3 pisos, con las características que se indican en la fig. 22. La cifra encerrada en los pequeños círculos es la rigidez relativa, proporcional al valor:

$$k = \frac{E J}{l}$$

Siguiendo el procedimiento propuesto por el señor Claro se tiene, para el período propio de vibración de la estructura:

$$T = 0,2 \sqrt{\delta}$$

$\delta$  es el desplazamiento horizontal del dintel 1-2-3 debido a las cargas totales actuando horizontalmente. Según este procedimiento es preciso determinar los momentos de flexión en los extremos de los pilares. Estimamos suficientemente aproximado, para este objeto, el siguiente método de obtención de los momentos de flexión:

1) Determinése el desplazamiento  $\delta$  en la hipótesis que todos los dinteles son infinitamente rígidos. El desplazamiento  $\delta_1$  del dintel 1-2-3 respecto del 4-5-6 será:

$$\delta_1 = \frac{P_1 H_1^3}{12 E \Sigma J_1} = \frac{40,000 \times 400^3}{12 \times 2 \cdot 1 \times 10^5 \times 4 \times 10^6} = 0,253 \text{ cms.}$$

El desplazamiento  $\delta_2$  del dintel 4-5-6 respecto del 7-8-9 será, análogamente:

$$\delta_2 = \frac{(P_1 + P_2) H_2^3}{12 E \Sigma J_2} = \frac{80,000 \times 400^3}{12 \times 2 \cdot 1 \times 10^5 \times 6 \times 10^6} = 0,339 \text{ cms.}$$

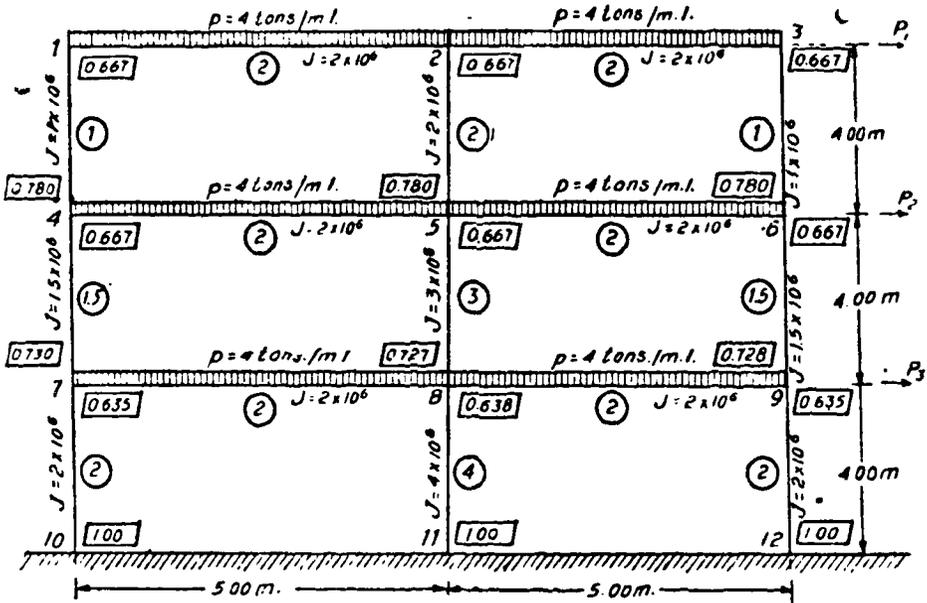


Fig. 22

Y el desplazamiento  $\delta_3$ , del dintel 7-8-9 respecto de las fundaciones 10-11-12, será:

$$\delta_3 = \frac{(P_1 + P_2 + P_3) H_3^3}{12 E \Sigma J_3} = \frac{120,000 \times 400^3}{12 \times 2.1 \times 10^5 \times 8 \times 10^6} = 0,378 \text{ cms.}$$

2) Determinense los momentos de encastramiento de los pilares en los dinteles de acuerdo con la hipótesis hecha en el N.º 1). El momento está dado por la expresión:

$$M = \frac{6 E J \Delta}{H^2}$$

n que  $\Delta$  es el desplazamiento horizontal entre dinteles vecinos. Se tiene así para los diversos pilares:

$$1-4 \quad M_{1-4} = \frac{6 \times 2.1 \times 10^5 \times 1 \times 10^6 \times 0,253}{400^2} =$$

$$= 20 \text{ tons. m. ; } M_{4-1} = 20 \text{ tons. m.}$$

$$2-5 \quad M_{2-5} = \frac{6 \times 2.1 \times 10^5 \times 2 \times 10^6 \times 0,253}{400^2} =$$

$$= 40 \text{ tons. m. ; } M_{5-2} = 40 \text{ tons. m.}$$

$$3-6 \quad M_{3-6} = \frac{6 \times 2.1 \times 10^5 \times 1 \times 10^6 \times 0,253}{400^2} =$$

$$= 20 \text{ tons. m.} ; M_{6-3} = 20 \text{ tons. m.}$$

$$4-7 \quad M_{4-7} = \frac{6 \times 2.1 \times 10^5 \times 1.5 \times 10^6 \times 0.339}{400^2} =$$

$$= 40 \text{ tons. m.} ; M_{7-4} = 40 \text{ tons. m.}$$

$$5-8 \quad M_{5-8} = \frac{6 \times 2.1 \times 10^5 \times 3.0 \times 10^6 \times 0.339}{400^2} =$$

$$= 80 \text{ tons. m.} ; M_{8-5} = 80 \text{ tons. m.}$$

$$6-9 \quad M_{6-9} = \frac{6 \times 2.1 \times 10^5 \times 1.5 \times 10^6 \times 0.339}{400^2} =$$

$$= 40 \text{ tons. m.} ; M_{9-6} = 40 \text{ tons. m.}$$

$$7-10 \quad M_{7-10} = \frac{6 \times 2.1 \times 10^5 \times 2 \times 10^6 \times 0.378}{400^2} =$$

$$= 60 \text{ tons. m.} ; M_{10-7} = 60 \text{ tons. m.}$$

$$8-11 \quad M_{8-11} = \frac{6 \times 2.1 \times 10^5 \times 4 \times 10^6 \times 0.378}{400^2} =$$

$$= 120 \text{ tons. m.} ; M_{11-8} = 120 \text{ tons. m.}$$

$$9-12 \quad M_{9-12} = \frac{6 \times 2.1 \times 10^5 \times 2 \times 10^6 \times 0.378}{400^2} =$$

$$= 60 \text{ tons. m.} ; M_{12-9} = 60 \text{ tons. m.}$$

3) Determinense, aproximadamente, los grados de encastramiento de los pilares en los dinteles. Podría admitirse como suficiente aproximación, para este caso, asimilar el grado de encastramiento a la razón entre la suma de los valores de  $k$  de las barras concurrentes al nudo, excluyendo aquella cuyo grado de encastramiento se quiere determinar, y la suma de los valores de  $k$  de todas las barras concurrentes. Se obtienen así los siguientes grados  $\epsilon$  de encastramiento, que aparecen en el rectángulo de la figura.

$$\epsilon_{1-4} = \frac{2}{2+1} = 0.667 ; \epsilon_{2-5} = \frac{2+2}{2+2+2} = 0.667 ; \epsilon_{3-6} = \frac{2}{2+1} = 0.667$$

$$\epsilon_{4-1} = \frac{2+1.5}{1+2+1.5} = 0.780 ; \epsilon_{5-2} = \frac{2+3+2}{2+2+3+2} = 0.780 ; \epsilon_{6-3} =$$

$$= \frac{2+1.5}{2+1.5+1} = 0.780$$

$$\epsilon_{4-7} = \frac{1+2}{1+2+1.5} = 0.667 ; \epsilon_{5-8} = \frac{2+2+2}{2+2+2+3} = 0.667 ; \epsilon_{6-9} =$$

$$= \frac{2+1}{2+1+1.5} = 0.667$$

$$\epsilon_{7-4} = \frac{2+2}{2+2+1.5} = 0.728 ; \epsilon_{8-5} = \frac{2+4+2}{2+4+2+3} = 0.729 ; \epsilon_{9-6} =$$

$$= \frac{2+2}{2+2+1.5} = 0.728$$

$$\epsilon_{7-10} = \frac{1.5+2}{1.5+2+2} = 0.638 ; \epsilon_{8-11} = \frac{2+3+2}{2+3+2+4} = 0.638 ; \epsilon_{9-12} =$$

$$= \frac{2+1.5}{2+1.5+2} = 0.638$$

$$\epsilon_{10-7} = \frac{\infty}{\infty} = 1.00 ; \epsilon_{11-8} = \frac{\infty}{\infty} = 1.00 ; \epsilon_{12-9} =$$

$$= \frac{\infty}{\infty} = 1.00$$

4) Multiplíquense los momentos de encastramiento de los pilares, obtenidos en el N.º 2) por los grados de encastramiento respectivos. Se obtendrá así en los diversos pilares:

$M'_{1-4} = 20 \times 0.667 = 13.33$	tons. m.	;	$M'_{4-1} = 20 \times 0.78 = 15.6$	tons. m.
$M'_{2-5} = 40 \times 0.667 = 26.68$	» »	;	$M'_{5-2} = 40 \times 0.78 = 31.2$	» »
$M'_{3-6} = 20 \times 0.667 = 13.33$	» »	;	$M'_{6-3} = 20 \times 0.78 = 15.6$	» »
$M'_{4-7} = 40 \times 0.667 = 26.67$	» »	;	$M'_{7-4} = 40 \times 0.73 = 29.2$	» »
$M'_{5-8} = 80 \times 0.667 = 53.2$	» »	;	$M'_{8-5} = 80 \times 0.638 = 51.0$	» »
$M'_{6-9} = 40 \times 0.678 = 26.6$	» »	;	$M'_{9-6} = 40 \times 0.73 = 29.2$	» »
$M'_{7-10} = 60 \times 0.638 = 38.1$	» »	;	$M'_{10-7} = 60 \times 1.0 = 60$	» »
$M'_{8-11} = 120 \times 0.638 = 76.6$	» »	;	$M'_{11-8} = 120 \times 1.0 = 120$	» »
$M'_{9-12} = 60 \times 0.638 = 38.1$	» »	;	$M'_{12-9} = 60 \times 1.0 = 60$	» »

5) Establézcase el valor del momento total en cada piso:

$$M_p = P \times H$$

En el último piso se tiene:  $M_1 = P_1 \times H_1 = 40 \times 4 = 160$  tons. m.  
 En el segundo piso se tiene:  $M_2 = (P_1 + P_2) \times H_2 = 80 \times 4 = 320$  tons. m.  
 En el primer piso se tiene:  $M_3 = (P_1 + P_2 + P_3) \times H_3 = 120 \times 4 = 480$  tons. m.

6) Establézcase la relación entre estos momentos totales, obtenidos en 5) y la suma de los momentos  $M'$  de cada piso, que se indican en 4). En el piso superior se tendrá:  $13,33 + 15,60 + 26,67 + 31,20 + 13,33 + 15,60 = 115,72$  t. m. Si llamamos  $a_1$  esa relación se tendrá.

$$a_1 = \frac{160}{115.76} = 1.525$$

En igual forma se obtiene para el segundo piso el valor  $a_2 = 1.43$  y para el primer piso.  $a_3 = 1.22$ .

7) Multiplíquense los momentos  $M'$  por los coeficientes  $a_1$ ,  $a_2$  y  $a_3$  en cada piso, con lo que se obtendrá el valor aproximado de los momentos  $M''$  en los pilares. Se llega así a los siguientes momentos de flexión:

$$M''_{1-4} = 1.525 \times 13.33 = 20.3 \text{ t.m.} ; M''_{4-7} = 1.43 \times 26.6 = 38 \text{ t.m.}$$

$$M''_{7-10} = 1.22 \times 38.1 = 46.5 \text{ t.m.}$$

$$M''_{2-5} = 1.525 \times 26.7 = 40.6 \text{ t.m.} ; M''_{5-8} = 1.43 \times 53.2 = 76.2 \text{ t.m.}$$

$$M''_{8-11} = 1.22 \times 76.6 = 93.5 \text{ t.m.}$$

$$M''_{3-6} = 1.525 \times 13.33 = 20.3 \text{ t.m.} ; M''_{6-9} = 1.43 \times 26.6 = 38.0 \text{ t.m.}$$

$$M''_{9-12} = 1.22 \times 38.1 = 46.5 \text{ t.m.}$$

$$M''_{4-1} = 1.525 \times 15.6 = 23.7 \text{ t.m.} ; M''_{7-4} = 1.43 \times 29.2 = 41.7 \text{ t.m.}$$

$$M''_{10-7} = 1.22 \times 60 = 73.2 \text{ t.m.}$$

$$M''_{5-2} = 1.525 \times 31.2 = 47.4 \text{ t.m.} ; M''_{8-5} = 1.43 \times 51.0 = 72.9 \text{ t.m.}$$

$$M''_{11-8} = 1.22 \times 120 = 146.4 \text{ t.m.}$$

$$M''_{6-3} = 1.525 \times 15.6 = 23.7 \text{ t.m.} ; M''_{9-6} = 1.43 \times 29.2 = 41.7 \text{ t.m.}$$

$$M''_{12-9} = 1.22 \times 60 = 73.2 \text{ t.m.}$$

Del conocimiento de los momentos de flexión aproximados se obtiene el desplazamiento  $\delta$  del dintel superior. En un caso general de estructura de  $n$  pisos, designando por  $M_{0-1}$  y  $M_{1-0}$  los momentos en los extremos inferior y superior de un pilar del primer piso. por  $M_{1-2}$  y  $M_{2-1}$  los momentos correspondientes al pilar del segundo piso de la misma columna, etc., la expresión de  $\delta$  dada por el señor Claro es:

$$\delta = H_1 \times \frac{M_{1-0} - 2M_{0-1}}{6k_{0-1}} + H_2 \times \frac{M_{2-1} - 2M_{1-2}}{6k_{1-2}} + \dots$$

$$+ \dots H_n \frac{M_{n-(n-1)} - 2M_{(n-1)-n}}{6k_{(n-1)-n}} +$$

$$+ \left( H_2 + H_3 + \dots + H_n \right) \frac{M_{1-0} - M_{0-1}}{2 k_{0-1}} + \left( H_3 + H_4 \dots + H_n \right) \frac{M_{2-1} - M_{1-2}}{1 k_{1-2}} + \dots + H_n \times \frac{M_{(n-1)-(n-2)} - M_{(n-2)-(n-1)}}{2 k_{(n-2)-(n-1)}}$$

$H_1, H_2, \dots, H_n$  son las alturas de los pisos a partir desde el primero y  $K_{0-1}, K_{1-2}, \dots, K_{(n-1)-n}$  son los valores de  $k$  para los diversos pisos de una misma columna.

Se ha considerado el desplazamiento  $\delta$  de una columna cualquiera porque los de las demás columnas son iguales debido a que están ligadas por los dinteles.

Esta expresión general, cuyo desarrollo aparece en la publicación a que se ha hecho referencia, toma, lógicamente, para el caso particular de nuestra estructura, la expresión:

$$\delta = H_1 \left( \frac{M_{7-10} - 2M_{10-7}}{6 k_{7-10}} + \frac{M_{4-7} - 2M_{7-4}}{6 k_{4-7}} + \frac{M_{1-4} - 2 M_{4-1}}{6 k_{1-4}} \right) + H_1 \times \frac{M_{7-10} - M_{10-7}}{k_{7-10}} + H_1 \frac{M_{4-7} - M_{7-4}}{2 k_{7-4}}$$

$$\delta = 0.0127 \left( \frac{46.5 - 2 \times 73.2}{2} + \frac{38 - 2 \times 41.7}{1.5} + \frac{20.3 - 2 \times 23.7}{1} \right) + 0.0762 \left( \frac{46.5 - 73.2}{2} + \frac{38 - 41.7}{2 \times 1.5} \right)$$

$$\delta = 2.47 \text{ cms.}$$

El período resulta entonces:

$$T = 0.2 \sqrt{\delta} = 0.315 \text{ segs.}$$

Como comprobación calcularemos la flecha de la columna central, que es:

$$\delta = H_1 \left( \frac{M_{8-11} - 2 M_{11-8}}{6 k_{8-11}} + \frac{M_{5-8} - 2 M_{8-5}}{6 k_{5-8}} + \frac{M_{2-5} - 2 M_{5-2}}{6 k_{2-5}} \right) + H_1 \left( \frac{M_{8-11} - M_{11-8}}{k_{8-11}} + \frac{M_{5-8} - M_{8-5}}{2 \times k_{5-8}} \right)$$

$$\delta = 0.0127 \left( \frac{93.5 - 146.4 \times 2}{4} + \frac{76.2 - 83.3 \times 2}{3} + \frac{40.6 - 47.4 \times 2}{2} \right) + 0.0762 \left( \frac{93.5 - 146.4}{4} + \frac{76.2 - 83.3}{3} \right)$$

$$\delta = 2.55$$

$$T = 0.2 \sqrt{\delta} = 0.320 \text{ segs.}$$

## OBJECIONES A LA TEORÍA

Dos son las principales objeciones que se han hecho a esta teoría:

Primero, que en muchos temblores, especialmente los observados mediante instrumentos modernos en Estados Unidos, los períodos de vibración de las ondas principales son mucho menores que un segundo, o sea, que el límite peligroso que aquí hemos indicado. Cientos de esos temblores han tenido períodos comprendidos entre 0,1 y 0,7 segundos.

Segundo: que la teoría se ha formulado para un movimiento oscilatorio de duración indefinida, en tanto que los temblores duran rara vez más de 100 segundos en toda su intensidad. En otras palabras, la teoría no ha considerado que los temblores tienen principio y fin.

Con relación a la primera objeción cabe observar que esos cientos de temblores medidos, cuyo período fué inferior a un segundo, no eran terremotos, ni han producido daños dignos de consideración, en tanto que los únicos dos terremotos destructores, cuyo período ha sido bien medido, que son los de Tokio (1923) y Uraga (1922) tuvieron período de vibración superior a un segundo e inferior a dos, en sus ondas principales. Además, hay razones para pensar que todos los terremotos destructores tienen períodos de vibración próximos o superiores a un segundo. En efecto, debido a la naturaleza elástica de las capas rocosas el movimiento de la tierra no puede alejarse mucho de la ley sinusoidal, o sea, que la aceleración máxima está dada por la expresión:

$$A_{\max} = \frac{4 \pi^2 \Delta_{\max}}{T^2}$$

en que  $\Delta_{\max}$  es la amplitud o elongación máxima del movimiento y T el período. Como hasta ahora se ha considerado suficientemente seguro, casi en todo el mundo, dar a  $A_{\max}$  el valor 0,1 g aceptaremos este valor como constante para todos los terremotos (\*), con lo cual se obtiene, de la fórmula indicada, la siguiente tabla y gráfico:

$\Delta_{\max}$		T		$\Delta_{\max}$		T	
6,00	cms.	1,70	segs.	1,65	cms.	0,90	segs.
5,00	>	1,56	>	1,44	>	0,84	>
4,00	>	1,39	>	1,00	>	0,700	>
3,00	>	1,20	>	0,50	>	0,49	>
2,00	>	0,985	>	0,25	>	0,35	>

(\*) El valor 0,1 g adoptado no toma en cuenta los valores máximos instantáneos que pueden producirse durante un cortísimo período de tiempo y que alcanza a menudo a 0,3 g y más. Estas aceleraciones instantáneas no afectan a las construcciones porque los desplazamientos que se producen mientras duran son tan pequeños que pueden ser absorbidos por la elasticidad de los materiales, como ya lo hemos expresado.

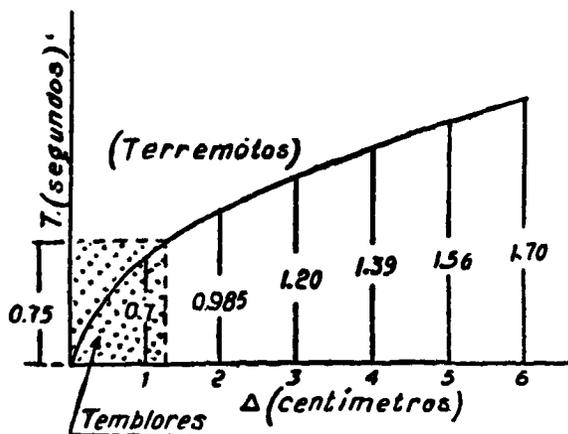


Fig. 23

Resulta así que los temblores de menos de 0,7 segundos de período tienen amplitudes de onda del orden de los milímetros solamente, o sea que ocasionan deformaciones que pueden ser absorbidas por la elasticidad de los materiales o por su plasticidad, sin alcanzar el límite de ruptura. En cambio, cuando el período con que vibra el terreno es mayor, la amplitud del movimiento, al crecer con el cuadrado del período y hacerse del orden de los centímetros, no puede ser absorbida por la elasticidad o plasticidad de los materiales, lo que hace que sobrevenga el derrumbe total de la construcción. Esta es la razón por la cual hemos considerado como terremotos aquellos sismos que tienen un período superior a 0,75 segundos y simplemente como temblores a aquellos de período inferior.

Si se supusiera un terremoto en que su onda, junto con tener amplitud de varios centímetros, o sea, capaz de provocar el derrumbe de las construcciones, tuviera un período de décimos de segundo, la aceleración resultante no sería ya de  $1/10$  a  $1/5$  del valor de la gravedad sino que muchas veces ese valor y no habría construcción capaz de resistirlo. Felizmente esta clase de terremotos no se ha presentado hasta ahora.

Con relación a la segunda objeción, o sea, a que el temblor tiene principio y fin, puede observarse que una estructura que oscila sincrónicamente con el suelo de fundación, o sea, en resonancia, aumenta la amplitud de su movimiento en cada semi oscilación en una cantidad igual a la amplitud de esa semi oscilación. Por ejemplo, si hay dos oscilaciones completas de cinco centímetros de amplitud, la deflexión total a que alcanza la estructura es de  $4 \times 5 = 20$  cms. lo que basta y sobra para determinar su derrumbe, sin esperar que el movimiento se mantenga indefinidamente. Ahora bien, si observamos que en sismogramas como el del terremoto de Tokio (Fig. 19), que ya conocemos, se han presentado tres oscilaciones completas casi de igual período en las ondas principales, se comprenderá por qué estimamos que la teoría no sólo es válida para un movimiento oscilatorio indefinido, sino que también para un movimiento con principio y fin.

Además de estas objeciones se ha dicho que en cada localidad el suelo tiene un determinado período propio de vibración, período que debe influir en el comportamiento de los edificios.

Es evidente que el período propio de vibración de un suelo produce ondas de ese mismo período. Sin embargo, en los grandes terremotos la oscilación del terremoto no es libre sino forzada por la oscilación de las grandes masas rocosas que lo rodean. En consecuencia, la onda fundamental, que es la más destructora, tiene el período de vibración de esas masas. Solamente las ondas superpuestas, o sea, las menos perjudiciales tienen el período propio de los terrenos.

#### LA TEORÍA A LA LUZ DE LA EXPERIENCIA JAPONESA

La mayor experiencia japonesa se obtuvo con motivo del terremoto de Tokio de 1923 y ella está resumida en el informe presentado por la Sociedad de Ingenieros Japoneses. Del capítulo relativo al perjuicio sufrido por los edificios copiamos el siguiente extracto publicado por John R. Freeman en su obra «Earthquake Damage and Earthquake Insurance»:

1.° La experiencia dejada por el terremoto del 26 de abril de 1921 no fué suficiente para dictaminar sobre la capacidad de resistencia a los temblores, del hormigón armado porque este material estaba sólo comenzándose a emplear y las fallas observadas no eran de magnitud suficiente para dejar lecciones definitivas.

2.° La confianza en el hormigón armado como material contra terremotos fué creciendo hasta el terremoto del 1.° de septiembre de 1923, en que se habían presentado numerosos accidentes en edificios de ese material. En ese último terremoto se observó muy marcada la importancia de los cálculos de asismicidad.

3.° El estudio se refiere a 65 edificios de hormigón armado que sufrieron con el terremoto, algunos de los cuales fueron enteramente destruídos.

4.° El hecho más sobresaliente es que en cuatro de estos edificios de hormigón armado situados sobre terreno blando y rodeados de edificios destruídos, no ocurrió ningún accidente debido a que estos cuatro edificios habían sido proyectados cuidadosamente por ingenieros competentes que consideraron la sollicitación de los temblores en todos sus detalles.

La diferencia en la extensión de los perjuicios en los 65 edificios presentados aparece explicada por las diferencias en el cuidado que se tuvo en el proyecto para considerar los esfuerzos sísmicos: aunque en algunos casos puede atribuirse a la movilidad del terreno de fundación, a la imposibilidad de dar una adecuada rigidez a la obra por culpa del plano de arquitectura o por otras imperfecciones.

5.° Los terremotos de junio 10 de 1894 y abril 26 de 1922, fueron menos destructivos que el de septiembre 1.° de 1923 porque la gran amplitud y aceleración del movimiento sólo se produjo una o dos veces sucesivamente.

6.° Se establece que en muchos terremotos como el de 1923, ciertos edificios sufren oscilaciones y esfuerzos muy rápidamente crecientes debido a los choques sucesivos que se suman en su efecto cuando se sincronizan con el período de vibración del edificio.

7.° El amortiguamiento de las vibraciones debido a la fricción interna, que hace menor la acumulación de esfuerzos en pulsaciones sucesivas, depende de la clase de estructura. Este amortiguamiento es menor en estructuras metálicas sin tabiques interiores y con muros de poco espesor, que en el caso de estructuras ri-

gidas con tabiques interiores bastante firmes y muros exteriores macisos que tienen sólo pequeños vanos.

8.º Se indica también que las oscilaciones que fatigan y deforman la estructura dependen en mucho de la altura y naturaleza del edificio, de tal manera que en una localidad determinada, en que la aceleración de la vibración en el suelo sea de 0,1 g, el edificio puede aún recibir una aceleración de  $1/3$  a  $1/2$  g.

*Período de vibración de los edificios.*—9.º Antes del terremoto de 1923 se habían medido los períodos de 5 edificios típicos. Examinando su comportamiento durante el fenómeno se comprobó que los daños crecían proporcionalmente al período propio de la estructura y que el único entre las 5 construcciones que no tuvo daños fué el de menor período.

Los períodos de vibración se midieron tirando enérgicamente de la parte superior del edificio mediante un cable y winche y soltándolo bruscamente. Los períodos de vibración para edificios de hormigón armado estaban generalmente comprendidos entre 0,5 y 0,65 segundos y, en general, eran un poco menores para estructuras de acero y concreto que para estructuras de acero con relleno de ladrillo (\*).

10. Las medidas de período de vibración de los edificios demostraron que los períodos crecen ligeramente con el crecimiento de la amplitud de las oscilaciones, de modo que durante grandes terremotos es de suponer que los períodos propios sean mayores, en cierto grado, a los medios\*.

#### LOS TEMBLORES Y EL TERRENO DE FUNDACIÓN

Hemos visto que las capas superficiales de la corteza terrestre se mueven, durante los terremotos con un movimiento que, en puntos alejados del epicentro, es asimilable al armónico simple, en que predomina la componente horizontal. En el epicentro los movimientos son bruscos y desordenados y predomina en ellos la componente vertical.

Pero lo anterior es solamente aplicable a los suelos compactos, constituidos por roca o por conglomerado. Los terrenos sueltos están sometidos a movimientos distintos, en que pueden observarse los siguientes casos:

1) Si el terreno suelto está contenido en un cofre rocoso como indica la figura 24 el movimiento armónico simple del cofre se transmite al relleno; pero éste lo amplifica a veces considerablemente. El profesor Jacobsen de la Universidad de Stanford (California) ha hecho experiencias que dan una idea clara de esto. Consistieron ellas en colocar sobre una mesa vibrante, un cajón de madera de  $0,75 \times 1,05 \times 4,80$  mts., con arena cuyo espesor variaba entre 0,6 y 0,9 mts., con diferentes grados de humedad. Sobre la arena se colocaba un inscriptor automático del movimiento de la arena. Las conclusiones a que llegó el profesor Jacobsen se resumen como sigue:

Cuando el contenido de humedad de la arena era tan grande que su rigidez

---

(\*) Obsérvese cómo el punto N.º 9 del informe justifica la recomendación que hemos hecho de adoptar un coeficiente  $\alpha$  de corrección, al coeficiente sísmico, en estructuras cuyo período propio de vibración está comprendido entre 0,4 y 0,75 segundos.



Fig. 24

al cizalle quedaba fuera del período elástico, la naturaleza del movimiento de la arena no era una vibración armónico-simple, sino que era un movimiento de vaivén con muy rápidas vueltas atrás que produce aceleraciones casi independientes de la frecuencia y amplitud. Hay evidencia de que se producen aceleraciones en la parte superior de la arena que alcanzan a tres y, tal vez, cuatro veces las de la mesa; pero de duración muy limitada. El profesor Jacobsen corroboró también los resultados de las experiencias del profesor Rogers que demostraban que en la parte superior de la arena mojada, la amplitud del movimiento alcanzaba hasta el doble del de la mesa y la aceleración hasta el triple. (Freeman, Earthquake Damage and Earthquake Insurance. Pág. 726).

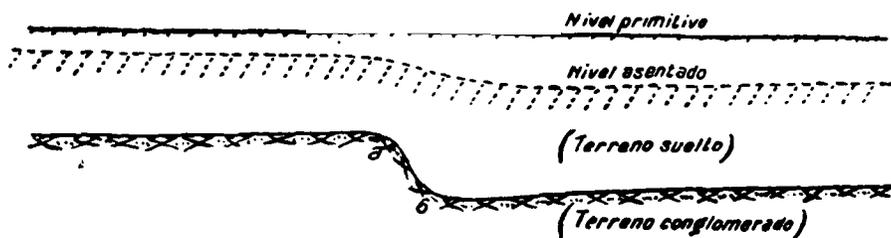


Fig. 25

Otro efecto del movimiento en el relleno es que se asienta, como todo material suelto sometido a sacudidas. Este asentamiento se va efectuando paulatinamente, durante todo el tiempo que dura el sismo. La magnitud de este asentamiento depende: 1) del espesor de la capa de material suelto; 2) de la duración e intensidad del temblor; y 3) del grado de acomodación que haya tenido previamente el relleno.

En la figura 25 el suelo compacto presenta una discontinuidad o barranco subterráneo *ab*. El relleno a la izquierda de *ab* se sienta menos que el que está a la derecha, debido a su menor espesor. Este desigual asentamiento origina una desnivelación en la superficie, peligrosa para la edificación. (Fig. 25) o produce una falla y la destrucción segura de la estructura, si la desnivelación es muy pronunciada, como muestra la figura 26, en que se ha quebrado la superficie.

Lo anterior indica la necesidad de examinar la profundidad de los rellenos sobre los cuales se quiere edificar.

La experiencia ha demostrado que los rellenos profundos y uniformes, cuya superficie es horizontal son favorables para la edificación, especialmente si las fun-

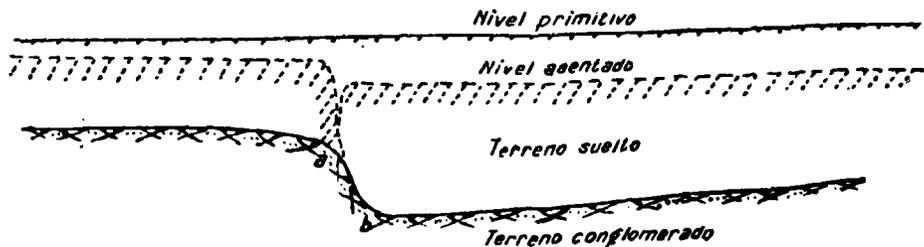


Fig. 26

daciones están constituidas por radieres, a pesar de la mayor violencia y amplitud que ahí se observa en las oscilaciones. Parece que las partículas sueltas del relleno, bajo el radier, actúan como rodamientos o polines que amortiguan el movimiento. Esto es especialmente efectivo cuando la construcción es muy rígida.

Si el terreno suelto descansa sobre una superficie conglomerada inclinada, como se indica en la figura 27, las trepidaciones del temblor lo hacen deslizar en forma

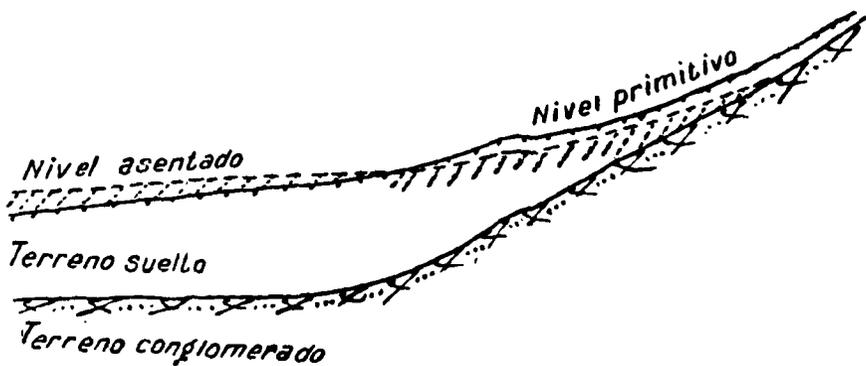
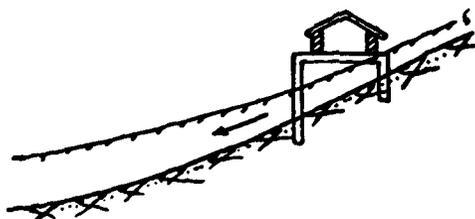


Fig. 27

tan peligrosa para la edificación que puede darse por segura su destrucción. Sin embargo, un relleno muy delgado no sería inconveniente para fundar profundizando los cimientos hasta el terreno firme conglomerado, como muestra la figura 28. Los pilares de fundación deben, en este caso, ser calculados para resistir, además de los esfuerzos propios de su condición, el empuje de tierras del relleno que, al desplazarse manteniéndose los pilares inmóviles, ejerce un auténtico empuje pasivo sobre ellos.

#### ONDAS CRAVÍFICAS

Cuando el terreno que se halla en un cofre de subsuelo conglomerado o rocoso es de consistencia fangosa semi líquida en su parte inferior y más consistente en su superficie, pueden producirse ondas gravíficas, que son verdaderamente olas

*Fig. 28*

de tierra. Su largo de onda es, frecuentemente de 10 a 12 metros y su altura de 30 a 40 centímetros. Sin embargo, se han observado ondas gravíticas de más de un metro de altura. La velocidad de propagación de estas ondas no es de más de 7 a 10 metros por segundo, debido a que en esa propagación interviene solamente la gravedad y no las fuerzas elásticas de la cohesión del material, fuerzas estas últimas que no existen por tratarse de fango.

En obras de puertos en que se han quitado terrenos al mar mediante muros fundados en roca, que se rellenan posteriormente con fango extraído del fondo del mar mediante dragas, existen condiciones propicias a la producción de ondas gravíticas. Como ellas representan un peligro cierto para la construcción, debe tratarse, en lo posible, de mejorar la calidad del relleno o evitar la construcción de obras de carácter definitivo, a menos que se funden en el fondo de roca.

*(Continuará).*