

**AJUSTE DEL ECUATORIAL FOTOGRAFICO
GAUTIER DEL OBSERVATORIO ASTRONOMI-
CO NACIONAL DE LA UNIVERSIDAD DE
CHILE**

Adelina Gutiérrez-Moreno, Hugo Moreno y Sergio Vásquez

CONTENIDO

INTRODUCCION	9
TEORIA DEL AJUSTE DE UN ECUATORIAL FOTOGRAFICO	10
REFRACCION	11
DETERMINACION DE LA DESVIACION DEL POLO DEL INSTRUMENTO	11
AJUSTE DE LA PLACA FOTOGRAFICA	13
AJUSTE PRACTICO DEL ASTROGRAFO GAUTIER	15
CALCULO DE UNA RED DE DIFRACCION PARA EL ASTROGRAFO GAUTIER	18
REFERENCIAS	23

**AJUSTE DEL ECUATORIAL FOTOGRAFICO GAUTIER DEL
OBSERVATORIO ASTRONOMICO NACIONAL DE LA
UNIVERSIDAD DE CHILE**

p o r

Adelina Gutiérrez-Moreno, Hugo Moreno* y Sergio Vásquez**

I. Introducción.

A mediados de diciembre de 1964 se terminó de instalar en su actual ubicación el Astrógrafo Gautier tipo Carta del Cielo del Observatorio Astronómico Nacional, de 33 cm de abertura y 3,46 mts de distancia focal, con una escala de 20" por milímetro en la placa y un campo útil de 2° por 2°. Este instrumento se utiliza principalmente en la observación fotográfica de pequeños planetas y de nebulosas extragalácticas.

Los resultados de las observaciones de pequeños planetas se envían a Cincinnati, Ohio, donde son publicados en los MPC, Minor Planets Circulars, que se distribuyen a todos los observatorios del mundo interesados en este tipo de trabajos. Los pequeños planetas observados son principalmente once, incluidos en dos programas de cooperación internacional: uno a cargo del Dr. Peter Naur, del Observatorio Astronómico de Copenhague, Dinamarca, y el otro de responsabilidad del Dr. A. N. Deutsch, del Observatorio de Pulkovo, Leningrado. Ambos programas obedecen a uno de los problemas fundamentales de la Astrometría: la determinación precisa del origen y del plano fundamental del sistema de coordenadas ecuatoriales absolutas, o sea, la posición del equinoccio vernal y del ecuador celeste. El Dr. Naur está interesado en las observaciones del planetoides (51) Nemausa —seleccionado porque de él se tienen numerosísimas posiciones a partir de su descubrimiento en 1858— con el objeto de corregir el ecuador del catálogo fundamental FK3 y obtener un valor independiente de la precesión. El programa del Dr. Deutsch consiste en la observación de 10 pequeños planetas brillantes: Ceres, Pallas, Juno, Vesta, Hebe, Iris, Melpómene, Parténope, Laetitia y Harmonía, durante un período de 10 años, para determinar el ecuador y el equinoccio del catálogo de estrellas débiles de Zverev (KSZ).

A la observación de estos asteroides brillantes se agrega la de algunos de órbita dudosa, para los cuales hay gran necesidad de posiciones precisas.

En cuanto a las observaciones de nebulosas extragalácticas, se realizan también en cooperación con el Observatorio de Pulkovo y tienen por objeto extender al hemisferio sur la exploración realizada en el hemisferio norte en busca

*Observatorio Astronómico Nacional de la Universidad de Chile.

de nebulosas extragalácticas susceptibles de ser medidas con precisión, a fin de establecer un sistema absoluto de movimientos propios.

Estos programas fueron interrumpidos a principios de 1960, con motivo del traslado del observatorio de su antigua ubicación en Gran Avenida a la posición actual en Cerro Calán. Después de montado el instrumento y antes de reiniciar los programas se procedió a efectuar un ajuste lo más exacto posible, para que la precisión de los resultados fuera comparable a la que se obtenía anteriormente.

II. Teoría del ajuste de un ecuatorial fotográfico.

Damos a continuación una breve exposición de la teoría de estos ajustes. Una exposición detallada se encuentra en la monografía escrita sobre este tema por el Dr. S. Arend (1) del Observatorio Real de Uccle, Bélgica.

Admitiremos que el paralelismo de los ejes de simetría de los tubos de los anteojos buscador, guiador y fotográfico se ha realizado, sea por construcción, sea después de un ajuste, y que los ejes ópticos de estos anteojos se han colocado paralelos antes de toda otra operación. Asimismo supondremos que se ha efectuado el centrado del objetivo.

Constantes instrumentales. Sea OP el eje horario o polar dirigido al polo celeste P (Fig. 1). Perpendicular a él se encuentra el eje de declinación OA y perpendicular a éste, el anteojo, indicado en la figura por su objetivo y su ocular.

El anteojo gira alrededor del eje de declinación OA y éste, a su vez, en torno al eje polar.

La prolongación del eje polar corta la esfera celeste en un punto llamado *polo del eje polar*. La prolongación del eje de declinación tomado desde el punto O hacia el anteojo penetra en la esfera celeste en un punto llamado *polo del eje de declinación*; y la prolongación del anteojo en el sentido ocular-objetivo da lugar al *polo del anteojo*. En el caso del astrógrafo Gautier, en que el eje de declinación es simétrico con respecto al anteojo, se elige en forma convencional el sentido de la prolongación de este eje.

En teoría el eje polar debe estar dirigido exactamente al polo celeste visible. Esta condición, lo mismo que las de perpendicularidad antedichas, no se cumplen rigurosamente, existiendo pequeños desplazamientos con respecto a la posición ideal: estas son las constantes instrumentales.

1) Sea P el polo celeste y P' el polo instrumental. El ángulo POP' , es decir el desplazamiento angular del polo instrumental, se designa con el nombre de *desviación del polo*. En la esfera celeste corresponde al pequeño arco γ , cantidad que se considera esencialmente positiva. Para un instrumento bien ajustado, este ángulo no debe sobrepasar los $10''$ o sea de $0|1$ a $0|2$.

2) Si por O trazamos un plano perpendicular al eje horario, este plano formará con el eje de declinación un pequeño ángulo i , o *inclinación*.

3) El eje óptico del instrumento, determinado por los centros del objetivo y del ocular, debe ser perpendicular al eje de declinación. Si trazamos un plano normal a este eje, formará con el eje óptico del anteojo un ángulo c , que es la *colimación*.

γ , i y c son las constantes de los ejes.

Otras constantes a considerar son las flexiones del instrumento, debidas al peso de sus partes mecánicas.

En efecto, tanto el eje horario y de declinación, por el peso del antejo, como el antejo mismo, por el peso del objetivo y del porta ocular, tienden a flectarse.

Se designa por f la flexión del eje de declinación, que se agrega a i . f' es la flexión del antejo, que se traduce en una desviación del eje óptico. f'' es la flexión del eje horario.

Debe tomarse en cuenta que la flexión astronómica no es una flexión mecánica. En efecto, puede haber flexión mecánica sin que exista la astronómica: tal es el caso cuando el objetivo y el ocular sufren la misma flexión mecánica de modo que el eje óptico, con y sin flexión, se mantiene paralelo a sí mismo; en este caso la flexión astronómica es cero. Si el objetivo se flecta más que el ocular, f' es positivo y negativo en el caso contrario (Fig. 2).

En tercer lugar, si consideramos el ecuatorial como instrumento de medida, debemos también tomar en cuenta los errores del punto cero de los círculos, llamados *errores de índices*, siendo éstos, respectivamente, ΔT y ΔD .

Todas estas constantes se suponen suficientemente pequeñas como para poder considerarlas diferenciales y calcular el efecto de cada una considerando nulas todas las demás.

III. Refracción.

En las consideraciones anteriores no se ha tomado en cuenta el efecto de la refracción atmosférica.

Sea P , el polo celeste (Fig. 3), E una estrella y Z el cenit del observador. La refracción, como sabemos, acerca el astro al cenit y al meridiano, trasladándolo de E a E' en una cantidad R que, en primera aproximación (siempre que no estemos muy cerca del horizonte) vale:

$$R = k \operatorname{tg} \zeta$$

en que $k \approx 58''$.

La estrella sufre pues un desplazamiento en δ igual a $E E'' = \Delta \delta$ y otro en ángulo horario, igual a $E'' E' = \Delta t \cos \delta$ (para una declinación δ cualquiera). De la figura obtenemos:

$$\begin{aligned} \Delta \delta &= -k \operatorname{tg} \zeta \cos q \\ \Delta t \cos \delta &= -k \operatorname{tg} \zeta \operatorname{sen} q \end{aligned}$$

en que los signos menos se deben a que la declinación de la estrella y su ángulo horario disminuyen con la refracción.

IV. Determinación de la desviación del polo del instrumento

Generalmente, un ecuatorial no se usa para medidas absolutas, sino diferenciales; en este caso el efecto de las flexiones es despreciable y el único de los errores de los ejes que conserva importancia es γ , cuya determinación por medio de medidas micrométricas en declinación expondremos a continuación. (Fig. 4).

Sea P el polo celeste verdadero y P' el polo instrumental; γ será la desviación del polo. Sea además Z el cenit, E la estrella que se quiere observar, t su ángulo horario y θ el ángulo horario del polo instrumental. En el triángulo astronómico

fundamental PZE tendremos además: $PE = 90^\circ + \delta$. Tracemos $P' P''$ perpendicular a PE . El triángulo $P' P'' P$, rectángulo en P'' , es muy pequeño y podemos considerarlo rectilíneo. Por otra parte, debido a la desviación del polo, al hacer el calaje al instrumento no quedará dirigido hacia E sino hacia un punto E' tal que, por ser γ muy pequeño, los arcos PE y $P' E'$ se cortarán en un punto M , muy próximo al ecuador celeste. Dentro de la precisión adoptada, M será el polo de $P' P''$.

Entonces tendremos:

$$\begin{aligned} E'E'' &= P'P'' \cos P'E'' = \gamma \operatorname{sen}(t-\theta) \cos(90^\circ + \delta). \\ E''E &= P''P = -\gamma \cos(t-\theta) \end{aligned}$$

es decir:

$$\begin{aligned} \Delta t \cos \delta &= -\gamma \operatorname{sen}(t-\theta) \operatorname{sen} \delta \\ \Delta \delta &= -\gamma \cos(t-\theta) \end{aligned}$$

fórmulas fundamentales que nos dan los desplazamientos de un instrumento desajustado con respecto a uno ideal.

Si además tomamos en cuenta la refracción:

$$\begin{aligned} \Delta t \cos \delta - k \operatorname{tg} \zeta \operatorname{sen} q &= -\gamma \operatorname{sen}(t-\theta) \operatorname{sen} \delta \\ \Delta \delta - k \operatorname{tg} \zeta \cos q &= -\gamma \cos(t-\theta) \end{aligned}$$

sin tomar en cuenta el efecto de las otras constantes.

Consideremos ahora un plano tangente a la esfera celeste en P (Fig. 4). Sobre este plano imaginemos un sistema de ejes perpendiculares, Pxy , en que el eje x es tangente al meridiano y positivo hacia el norte y el eje y normal al anterior y positivo hacia el oeste. Proyectemos la constante γ sobre los ambos ejes coordenados y llamemos a estas proyecciones γ_x y γ_y . Dada la pequeñez de $P P'$ esto es lo mismo que proyectar γ en el meridiano y en el círculo horario de 6 horas. Entonces:

$$\begin{aligned} \gamma_x &= \gamma \cos \theta \text{ (altura del polo instrumental)} \\ \gamma_y &= \gamma \operatorname{sen} \theta \text{ (azimut del polo instrumental)} \end{aligned}$$

valores que introducimos en las fórmulas anteriores:

$$\begin{aligned} \Delta t \cos \delta &= -\gamma \operatorname{sen} \gamma (\operatorname{sen} t \cos \theta - \cos t \operatorname{sen} \theta) \\ \Delta \delta &= -\gamma (\cos t \cos \theta + \operatorname{sen} t \operatorname{sen} \theta) \\ \Delta t \cos \delta &= (-\gamma_x \operatorname{sen} t + \gamma_y \cos t) \operatorname{sen} \delta \\ \Delta \delta &= -\gamma_x \cos t - \gamma_y \operatorname{sen} t. \end{aligned}$$

Los términos de la refracción no se han tomado en cuenta ya que, para un instrumento fotográfico, conviene elegir como polo ideal el polo celeste refractado (polo celeste aparente).

En la práctica no se utilizan directamente estas fórmulas ya que los instrumentos fotográficos modernos no tienen en general círculo suficientemente precisos para leer $\Delta \delta$ y Δt ; se buscan entonces expresiones para los efectos de

$\Delta\delta$ y Δt en el movimiento del anteojo, es decir, fórmulas para las variaciones de estas cantidades en función del tiempo. Derivando:

$$\frac{d(\Delta t)}{dt} = (-\gamma_s \cos t - \gamma_v \operatorname{sen} t) \operatorname{tg} \delta$$

$$\frac{d(\Delta\delta)}{dt} = \gamma_s \operatorname{sen} t - \gamma_v \cos t.$$

Estas son las fórmulas de trabajo; puede utilizarse una u otra o ambas a la vez. Pero la primera depende del funcionamiento del mecanismo de relojería, que puede no estar bien ajustado. Se utiliza entonces la segunda fórmula.

Para ello se observa primero una estrella cerca del meridiano ($t \approx 0^\circ$) y del cenit (para evitar las variaciones en la refracción) y a continuación otra con $t = \pm 6$ horas. Se tendrá:

$$t = 0^\circ: \quad \frac{d(\Delta\delta)}{dt} = -\gamma_v$$

$$t = \pm 6^\circ: \quad \frac{d(\Delta\delta)}{dt} = \pm \gamma_s$$

Conocidos los valores de γ_s y γ_v , se puede proceder al ajuste del instrumento recurriendo a las reglas de Bessel:

1º Para ajustar el eje polar en altura, bastará dirigir el anteojo con exactitud a una estrella circumpolar cercana al meridiano, desplazar el hilo de declinación del micrómetro en un ángulo $\Delta\delta = \gamma_s$ y llevar el cruce de los hilos a coincidir con la estrella actuando sobre el tornillo de ajuste en altura.

2º Para la corrección en azimut se dirige el anteojo a una circumpolar a $\pm 6^\circ$ de ángulo horario y se procede como para el ajuste precedente, salvo que se actúa sobre los tornillos de corrección en azimut.

Estas reglas se deducen de la fórmula:

$$\Delta\delta = -\gamma_s \cos t - \gamma_v \operatorname{sen} t$$

que da:

$$\text{para } t = 0^\circ \quad \Delta\delta = -\gamma_s$$

$$\text{para } t = \pm 6^\circ \quad \Delta\delta = \mp \gamma_s$$

El procedimiento expuesto hasta aquí para la determinación de γ_s y γ_v es uno de los varios que se pueden utilizar, fue elegido por ser el más adecuado para nuestro instrumento. Es posible también hacerlo mediante fotografías del polo; pero la montura del Astrógrafo Gautier es tal que no permite fotografiar el casquete situado entre -70° y -90° de declinación, por lo tanto no es posible usar el método fotográfico.

V. Ajuste de la placa fotográfica

Enfoque. La determinación del foco se hace por métodos fotográficos. Se puede comenzar por encontrar un foco aproximado a ojo desnudo observando

la imagen de una estrella sobre un vidrio despulido. En seguida se hace una serie de exposiciones sobre una misma placa, variando cada vez un poco en declinación la posición del instrumento para evitar que las imágenes se superpongan, y modificando la distancia de la placa fotográfica al objetivo en torno al valor encontrado como foco aproximado. Examinando con cierto aumento las imágenes obtenidas, es fácil darse cuenta de cuál es la mejor enfocada. Se repite entonces el procedimiento en torno a este nuevo foco y con variaciones más pequeñas de la distancia, de modo de ir encerrando el valor del mejor foco dentro de límites cada vez más estrechos.

Perpendicularidad de la placa con el eje óptico y forma de la superficie focal. Para estudiar la perpendicularidad de la placa con el eje óptico se puede proceder también en forma fotográfica y aprovechando la última placa que se haya tomado para el enfoque. Para ello dividimos la placa en la forma que muestra la figura 5. Se determina entonces el mejor foco en cada una de las regiones obtenidas, utilizando para la región central las imágenes puntuales más nítidas y para los bordes, donde siempre existe algo de astigmatismo, el círculo de menor difusión. La diferencia de foco entre los extremos en sentido vertical y horizontal dará la inclinación de la placa con respecto al eje óptico; y la diferencia del centro a los bordes dará una idea de la forma de la superficie focal.

La oblicuidad de la placa con respecto a su posición ideal se puede obtener también mediante la medida precisa de la distancia entre dos estrellas convenientemente escogidas. Supongamos que la placa fotográfica está oblicua con respecto al eje $O E$ (Fig. 6), ocupando la posición ω_1 que forma un ángulo i con la posición correcta ω . Sea además O el centro óptico del objetivo y f la distancia focal. Tomemos un par de estrellas de la misma ascensión recta y declinaciones tales que una, E_1 , quede en el centro de la placa y la otra, E_2 , en el borde. Si hacemos sobre la misma placa dos exposiciones, una con el antejo directo y la otra con él invertido, la placa ocupará las posiciones reales ω , y ω'_1 simétricas con respecto a ω . En la primera exposición las estrellas ocuparán respectivamente las posiciones E_1 y E_2 (Fig. 7) con una distancia d . Al transitar, la estrella central ocupará una posición E'_1 , muy cercana a la anterior, y la estrella E_2 caerá en E'_2 , a una distancia de E'_1 que será diferente de d , e igual a d' . Estas distancias se pueden apreciar con una máquina de medir o macromicrómetro, y es fácil llegar a la ecuación:

$$d' = \frac{f d}{f - d \operatorname{sen} 2i}$$

de donde

$$\operatorname{sen} 2i = \frac{f (d' - d)}{d d'}$$

Repitiendo este procedimiento para ambas coordenadas, x e y , se obtiene dos valores, i_x e i_y , que nos dan la inclinación de la placa con respecto a su posición ideal en ambas coordenadas.

En la práctica no se suele proceder en esta forma; se evita transitar el instrumento, lo que puede introducir errores adicionales; además entra en juego la flexión, cuyo valor habría que determinar previamente para las dos posiciones del astrógrafo, y luego introducir en los cálculos. Se hace entonces la observación de modo que ambas estrellas desempeñen sucesivamente el papel de estrella

central. Además se hacen varias exposiciones cada vez, con pequeños desplazamientos de la placa para que las imágenes no se superpongan (Fig. 8); se determina la distancia de cada par y se toma el término medio.

VI. Ajuste práctico del Astrógrafo Gautier

a) *Ajustes preliminares.* Para poder orientar correctamente los pilares de albañilería que sostienen el instrumento, se hicieron determinaciones del meridiano mediante observaciones astronómicas realizadas con teodolito. Luego se montó el anteojo de modo que su eje horario quedara lo más aproximadamente posible en el plano meridiano; la orientación en altura de este eje se obtuvo a partir de un dibujo a escala muy preciso.

Después de montado el telescopio se centró el objetivo utilizando un anteojo auxiliar, y observando estrellas situadas en las cercanías del ecuador y del meridiano, se orientó el micrómetro según el movimiento diurno. A continuación se reguló el mecanismo de relojería. Todos estos ajustes previos los efectuó el técnico mecánico del Observatorio, don Gabriel Raab.

b) *Ajuste del eje horario.* Se hizo de acuerdo con el método explicado en el párrafo iv. Para ello se procedió como sigue:

En azimut. Se observó con el guiador una estrella cenital en las cercanías de su paso por el meridiano; manteniendo esta estrella en el hilo de ascensión recta del micrómetro mediante el tornillo de movimiento lento, y sin tocar el instrumento en declinación, se hicieron dos series de diez punterías con el hilo de declinación, anotando cada vez la hora y la lectura del tambor del tornillo que gobierna este hilo.

En altura. Se procedió en idéntica forma, observando estrellas en $\pm 6^\circ$ de ángulo horario.

En la primera determinación se obtuvieron los siguientes valores de γ :

$$\begin{aligned} \gamma_* &= 2102 \text{ al sur del polo aparente} \\ \gamma_v &= 3140 \text{ al oeste del polo aparente.} \end{aligned}$$

Una vez corregida la orientación del eje, se efectuó una nueva determinación de γ , que damos a continuación en detalle: Determinación de γ_* . Se observó la estrella θ Carinae de magnitud 3.03, $\alpha = 10^\circ 44'$, $\delta = -64^\circ 12'$, en el ángulo horario de -6° .

1ª serie		2ª serie	
	Lectura		Lectura
4 ^h 36 ^m 34 ^s	30.021	4 ^h 47 ^m 27 ^s	30.033
36 54	.023	47 44	.030
37 5	.022	47 54	.030
37 14	.026	48 4	.028
37 26	.027	48 19	.035
37 36	.020	48 29	.029
37 57	.023	48 39	.035
38 9	.023	48 49	.028
38 21	.021	48 59	.020
4 38 58	30.021	4 50 4	30.022
4 37 37	30.023	4 48 27	30.029

$$\gamma_z = - \frac{d(\Delta \delta)}{dt} = - \frac{0.006 \times 0.199 \times 3438}{15 \times 10.83}$$

en que 0.199 es el valor de la vuelta del tornillo

$$\begin{aligned} \gamma_s &= - 0.1125 \\ \gamma_z &= 7'' \text{ al sur} \end{aligned}$$

Determinación de γ_r :— Se observó la estrella 43 Eridani, de magnitud 4.06, $\alpha = 4^h 23^m$, $\delta = - 34^{\circ} 6'$

1ª Serie		2ª Serie	
	Lectura		Lectura
4 ^h 19 ^m 38 ^s	30.011	4 ^h 30 ^m 43 ^s	30.002
19 59	.017	30 57	.013
20 10	.006	31 9	.008
20 21	.017	31 24	.009
20 31	.013	31 37	.006
20 41	.011	32 8	.008
20 55	.010	32 17	.006
21 5	.013	32 28	.005
21 20	.012	32 58	.005
4 21 30	30.017	4 33 33	30.006
4 20 37	30.013	4 31 55	30.007

$$\gamma_r = - \frac{d(\Delta \delta)}{dt} = \frac{0.006 \times 0.199 \times 3438}{15 \times 11.30}$$

$$\gamma_r = 7'' \text{ al oeste}$$

Dada la pequeñez de los valores de γ_s y γ_r , no era necesario efectuar las correcciones correspondientes; pero el sismo del 28 de marzo de 1965 provocó un apreciable cambio en γ_r , quedando en 37'' al este; en cambio γ_s no fue afectado prácticamente, hubo necesidad de corregir nuevamente en azimut.

c) *Ajuste de la placa fotográfica.* La distancia del portachasis al objetivo se puede controlar mediante un tornillo de enfoque, cuyo paso es de 1 mm. La cabeza está dividida en 20 partes, de modo que cada una corresponde a 0,05 mm. La longitud del tornillo es tal que permite dar 28 vueltas. No hay escala graduada que permita leer la posición del tornillo.

Para controlar la perpendicularidad de la placa fotográfica con el eje óptico del objetivo, el portachasis mismo lleva cuatro tornillos, uno en cada esquina. Estos tornillos son dobles, de tal modo que una componente se introduce dentro de la otra; los tornillos interiores tienen un paso de 15|21 mm, y atornillándolos, el portachasis se aleja del objetivo; los tornillos exteriores tienen un paso de 1 mm, y atornillándolos el portachasis se acerca al objetivo.

La determinación de la posición del foco se hizo fotográficamente. Se tomaron cuatro placas sucesivas con las siguientes características:

	Posición del tornillo (mm)				Resultados
	Inicial	Final	Avance	Nº de expos.	
I	0.0	12.0	1.00	13	Aún no hay foco
II	9.0	17.0	0.50	17	Aún no hay foco
III	14.0	24.0	0.50	21	Foco entre 15.0 y 17.0
IV	14.5	19.0	0.25	19	Foco entre 16.0 y 17.0

Las lecturas en el tornillo están hechas de tal manera que a mayor lectura corresponde mayor distancia del chasis al objetivo.

A continuación, se usó la tercera de las placas tomadas para enfocar el instrumento, con el fin de estudiar la inclinación de la placa con respecto al eje óptico y la forma de la superficie focal. La figura 9 muestra esquemáticamente los resultados obtenidos. Los números indican cual de las imágenes está en mejor foco, correspondiendo la imagen 1 a la posición 14.50 y la 19 a la posición 19.00.

De este estudio de la forma de las imágenes estelares podemos sacar las siguientes conclusiones:

1. La superficie focal tiene una cierta curvatura, siendo en primera aproximación un casquete esférico con la concavidad vuelta hacia el objetivo y caracterizado por una diferencia en el foco de alrededor de 1.25 mm entre el centro y las diagonales. Suponiendo que la superficie sea realmente esférica, esta diferencia de 1.25 mm en el foco nos da para ella un radio de 2.56 mts.,
2. La inclinación de la placa con respecto al eje óptico es nula en el sentido de las x, y está caracterizada por una diferencia de foco de 0.25 mm en el sentido de las y, estando la parte norte más cerca del objetivo, formando un ángulo $i_p \approx 514$.
3. Las imágenes de las esquinas de la placa presentan deformaciones debidas principalmente a astigmatismo.

Considerando la posibilidad de mejorar los resultados, se tomó una cuarta placa, variando el foco entre 15.50 y 17.25 y haciendo que la misma estrella ocupase sucesivamente posiciones cercanas al centro y a las cuatro esquinas de la placa. Los resultados no variaron con respecto a la placa anterior, por lo que se adoptó como foco la posición 16.75, correspondiente a la imagen 10.

Vale la pena mencionar que la posición de foco óptico sufre modificaciones con la temperatura, lo que es particularmente notorio en los instrumentos de gran distancia focal, en los cuales hay variación no sólo de la distancia focal del objetivo sino también de la longitud de la cámara fotográfica. Sin embargo, para instrumentos relativamente pequeños como el nuestro, este efecto de temperatura es muy poco apreciable.

A continuación se determinaron los valores de i_x e i_y por la fotografía.

Cálculo de i_y . — Se observaron dos estrellas con las siguientes coordenadas y magnitudes.

$$\text{I} \quad \left\{ \begin{array}{l} \alpha = 5^{\text{h}}38^{\text{m}}.4 \\ \delta = -1^{\circ}10' \\ \text{mg} = 8.7 \end{array} \right. \quad \text{II} \quad \left\{ \begin{array}{l} \alpha = 5^{\text{h}}37^{\text{m}}.3 \\ \delta = -1^{\circ}57' \\ \text{mg} = 8.5 \end{array} \right.$$

Se hicieron diez exposiciones en la placa, 5 de modo que la estrella II quedara en el centro en y , y 5 de modo que la estrella I quedara en el centro.

Se midieron las distancias I-II con los siguientes resultados:

En el norte de la placa: $\overline{d_N} = 46.544 \pm 0.001$

En el sur: $\overline{d_S} = 46.545 \pm 0.001$

$$\text{sen } 2i_s = \frac{(d_S - d_N) f}{d_S d_N} = \frac{(46.545 - 46.544) \cdot 3460}{46.545 \times 46.544} = 0.0015971$$

$$2i_s = 0^\circ 5'29''$$

$$i_s = 2'44''$$

Como la distancia medida es mayor en el sur, quiere decir que la parte norte de la placa está más cerca del objetivo, lo que coincide con lo que se obtuvo al hacer el estudio de las imágenes en la placa anterior. Es necesario, sin embargo, hacer notar que esta concordancia entre ambos resultados es puramente casual ya que la diferencia entre las distancias medidas, 0.001 mm, es del orden del error probable de las mismas distancias y por lo tanto carece de sentido físico real. Esta determinación se da en detalle solamente para ilustrar con un ejemplo el procedimiento.

En la determinación de i_s también se obtuvo para la diferencia $d_S - d_N$ el valor 0.001 mm.

Se decidió no corregir la inclinación de la placa, ya que, como el instrumento se usa sólo para medidas diferenciales, la pequeñez de los ángulos i hace que sus efectos sobre los resultados sean despreciables.

VII. Cálculo de una red de difracción para el Astrógrafo Gautier.

Cuando se quiere determinar por medio de la fotografía la posición precisa de un objeto celeste (planetoide, cometa o nebulosa extragaláctica) por comparación con un cierto número de estrellas de posición conocida, se deben evitar los errores debidos a los llamados "efectos de magnitud" y a las deformaciones que dependen de la constitución fotográfica de las imágenes; se recomienda para esto elegir las estrellas de referencia de manera que su magnitud y su tipo espectral sean muy parecidos a los del objeto. Pero los catálogos dan en general las posiciones de las estrellas hasta alrededor de la magnitud 9.5, en tanto que los asteroides cuyas observaciones interesan más suelen tener magnitud más débil que 10.0, pudiendo llegar hasta 16.0 o 17.0. Otro tanto sucede con las nebulosas extragalácticas: con una exposición de una hora aparecen perfectamente medibles galaxias de magnitud 14, o un poco más débil, en tanto que las estrellas catalogadas con las que deben compararse quedan completamente sobreexpuestas. Para obviar esta dificultad conviene usar una red de difracción en su forma más elemental, consistente en un marco con hilos paralelos de igual diámetro e igualmente espaciados, que se coloca delante del objetivo con su plano perpendicular al eje óptico. Una estrella producirá entonces en el plano focal del instrumento una "figura de difracción" compuesta de: 1º una imagen central de la misma forma y composición espectral que la imagen que se obtendría sin red, pero más débil que ella; 2º imágenes de difracción de diferentes órdenes, más débiles aún.

Nos interesa que la disminución de intensidad de la imagen central sea pequeña, del orden de media magnitud, y que la diferencia de esta imagen a la del espectro de primer orden sea comparable a la diferencia de magnitud entre las estrellas de comparación y el objeto cuya posición se quiere determinar. Esto puede conseguirse calculando valores apropiados para el diámetro “ d ” de los hilos y el espacio “ a ” libre entre ellos.

Sea $C = d + a$ la constante de la red, λ la longitud de onda de la luz considerada, i el ángulo de incidencia de los rayos paralelos provenientes de una estrella, ε el ángulo de desviación total de los rayos al paso por la red y α el ángulo de emergencia de éstos ($\varepsilon = \alpha + i$); tendremos que la condición para la formación de las imágenes M_1, M_2, \dots, M_n que tienen una intensidad máxima es (Fig. 10):

$$C (\text{sen } i + \text{sen } \alpha) = n \lambda$$

en que n es un número entero.

En las aplicaciones astronómicas podemos suponer siempre que la fuente luminosa está en el infinito y que la luz cae perpendicularmente sobre la red. Entonces $i = 0$; la fórmula anterior se simplifica y queda

$$C \text{sen } \varepsilon = n \lambda$$

Si además trabajamos con las imágenes de los primeros órdenes, ε es muy pequeño y $\text{sen } \varepsilon = \varepsilon$. Tendremos entonces que la condición para los puntos de máxima intensidad es:

$$\varepsilon = \frac{n \lambda}{C} \quad \text{radianes}$$

En cuanto a la distancia D correspondiente a esta separación angular ε medida sobre una placa tomada con un astrógrafo de distancia focal f , está dada por:

$$D = f \cdot \frac{n \lambda}{C}$$

Sea I_n la intensidad de la imagen de orden n , I_c la de la imagen central e I la de la imagen sin red. La teoría clásica de las redes de difracción nos enseña que (2):

$$\frac{I_c}{I} = \frac{a^2}{(a + d)^2}; \quad \frac{I_n}{I} = \frac{1}{(n \pi)^2} \cdot \text{sen}^2 \frac{an\pi}{a + d}$$

y pasando a magnitudes estelares, recordando que $m = -2 \cdot 5 \log I + k$.

$$m_c - m = 5 \left[\log (a + d) - \log a \right]$$

$$m_n - m = 5 \left[\log n\pi - \log \left| \text{sen} \frac{an\pi}{a + d} \right| \right]$$

Restando:

$$m_n - m_0 = 5 \left[\log \frac{an\pi}{a+d} - \log \left| \operatorname{sen} \frac{an\pi}{a+d} \right| \right]$$

Estas fórmulas expresan la absorción de la red y la escala de magnitudes que la caracteriza.

Para la imagen de orden 1:

$$m_1 - m_0 = 5 \left[\log \frac{a\pi}{a+d} - \log \left| \operatorname{sen} \frac{a\pi}{a+d} \right| \right]$$

Para los fines astrométricos no se utilizan las imágenes de orden superior, porque ellas sufren un alargamiento que es proporcional a n y que disminuye la precisión de la medida. En efecto, vemos que la distancia a la imagen central de un espectro de orden n está dada por la fórmula:

$$D = f \cdot \frac{n \lambda}{C}$$

en que λ es la longitud de onda que nos interesa.

Si tomamos una longitud de onda $\lambda + \Delta\lambda$, la distancia al centro no será D , sino $D + \Delta D$, en que

$$\Delta D = f \frac{n \Delta \lambda}{C}$$

es el alargamiento que sufre la imagen.

Para el cálculo de la red hay que tomar en cuenta varios factores:

1º C debe ser tal que los primeros espectros sean suficientemente redondos, o sea ΔD suficientemente pequeño.

2º La separación entre la imagen central y los dos espectros de primer orden debe ser bastante grande para evitar los efectos de vecindad que implican una cierta imprecisión en las medidas.

3º La absorción debe ser lo suficientemente pequeña para que no se pierdan los objetos débiles.

4º La escala de la red debe ser del orden de la diferencia de magnitud entre las estrellas de comparación y los objetos que se desea medir.

En cuanto a la medición de las placas obtenidas con red, se trabaja para los objetos débiles con la imagen central y para las estrellas brillantes con los dos espectros de primer orden, cuyos resultados se promedian.

Cálculos de la red. Para evitar los efectos fotográficos de vecindad, fijaremos en $60''$ (aproximadamente 1 mm) la desviación angular ϵ del espectro de 1.er orden. De la fórmula que relaciona ϵ con n , c y λ se deduce:

$$C = \frac{n \lambda \cdot 206265''}{\epsilon''}$$

El valor de λ que debemos introducir es el del promedio del dominio de acromatización del objetivo (3). Para el astrógrafo Gautier tipo Carta del Cielo, la curva de color (4) muestra que este dominio se extiende desde 4100 hasta 4700 Å; tomaremos el valor medio $\lambda = 4400$ Å. Para $n = 1$:

$$C = a + d = 1.51 \text{ mn}$$

Nos fijamos $\Delta m = m_1 - m_0 = 3.5$ magnitudes. Tendremos, si por comodidad ponemos $\frac{a}{a+d} \pi = x$ en la fórmula $m_1 - m_0$.

$$3.5 = 5 [\log x - \log |\text{sen } x|]$$

$$0.7 = \log \frac{x}{\text{sen } x}$$

o sea: $5.012 \text{ sen } x = x$

Un primer valor aproximado de x nos lo proporciona la intersección de las curvas: $y = \text{sen } x$ e $y = \frac{x}{5.012} \approx \frac{x}{5}$; nos resulta $x = 0.825 \pi$. Formando ahora una tabla alrededor de este valor para proceder por interpolación obtenemos:

	x	$\text{sen } x \cdot 5.012$	$\text{sen } x \cdot 5.012$	$\text{sen } x - x$
0.820π	$= 2.571 = 147.6$	0.536	2.686	+ 0.115
0.825π	$= 2.592 = 148.5$	0.522	2.616	+ 0.024
0.830π	$= 2.607 = 149.4$	0.509	2.551	- 0.056
0.835π	$= 2.623 = 150.3$	0.495	2.481	- 0.142

Vemos que x se encuentra entre 0.825π y 0.830π ; interpolando encontramos $x = 0.827\pi$. Luego:

$$\frac{a}{a+d} = 0.827 \text{ mn}$$

y como
resulta

$$a+d = 1.51 \text{ mn}$$

$$a = 1.25 \text{ mn}$$

$$d = 0.26 \text{ mn}$$

La absorción producida por esta red está dada por la fórmula para $m_0 - m$

$$m_0 - m = 0.4 \text{ magnitudes}$$

Para tener una idea del alargamiento de los espectros de primer orden tomaremos para $\Delta\lambda$ la parte común del dominio de acromatización del objetivo y de la zona de sensibilidad de la placa, en este caso Kodak 103 a-0, de 2200 a 4400 Å; tendremos:

$$\Delta\lambda = 4400 - 2200 = 2200 \text{ Å}$$

$$\Delta D = 68 \mu$$

Este resultado no es sino un valor ilustrativo, ya que evidentemente también debería tomarse en cuenta el color de la estrella observada. Por otra parte, cuando las exposiciones son lo suficientemente cortas para que sólo aparezcan los espectros de primer orden la placa no alcanza a rendir el máximo en los extremos de la región espectral que abarca, donde su sensibilidad es menor, reduciéndose entonces el valor de $\Delta\lambda$ y por lo tanto del alargamiento. Y si las exposiciones son largas, en las imágenes de los primeros órdenes subsiste la influencia de la difusión fotográfica, y la imagen del espectro de primer orden llega a ser prácticamente circular.

Estudio del efecto de pequeños errores Δa o Δd en la realización de la red.

Supongamos que damos a d y a pequeños incrementos Δd y Δa ; el efecto sobre los valores ϵ , $m_o - m$, y $m_n - m_o$, lo obtendremos diferenciando parcialmente las fórmulas correspondientes con respecto a d y a . Analicemos primero el efecto de un incremento Δa ; tendremos:

$$\frac{\Delta\epsilon}{\Delta a} = \frac{-n\lambda \cdot 206265}{(a+d)^2}$$

$$\Delta\epsilon = -\frac{\epsilon}{a+d} \Delta a$$

$$\Delta(m_o - m) = -5 \frac{d}{a(a+d)} \Delta a \cdot \log e$$

$$\Delta(m_n - m_o) = -5 \frac{d}{a(a+d)} \left[1 - \frac{an\pi}{a+d} \cot \frac{an\pi}{a+d} \right] \Delta a \cdot \log e$$

y pasando a valores numéricos:

$$\begin{aligned} \Delta\epsilon &= -39.74 \Delta a \\ \Delta(m_o - m) &= -0.29 \Delta a \\ \Delta(m_n - m_o) &= 1.59 \Delta a \end{aligned}$$

Análogamente, para un incremento Δd obtenemos:

$$\Delta\epsilon = -\frac{\epsilon}{a+d} \Delta d$$

$$\Delta(m_o - n) = \frac{5 \log e}{a+d} \Delta d$$

$$\Delta(m_n - m_o) = \frac{5 \log e}{a+d} \left[\frac{an\pi}{a+d} \cot \frac{an\pi}{a+d} - 1 \right] \cdot \Delta d$$

o sea:

$$\begin{aligned} \Delta\epsilon &= -39.74 \Delta d \\ \Delta(m_o - m) &= 1.44 \Delta d \\ \Delta(m_n - m_o) &= -7.63 \Delta d \end{aligned}$$

Las dificultades técnicas que se presentan en la construcción de una red hacen difícil que $\Delta a < 0.1$ mm y $\Delta d < 0.01$ mm lo que introducido en los resultados anteriores da:

Efectos de Δa

$$\begin{aligned} \Delta\epsilon &= -4''0 \\ \Delta(m_o - m) &= -0.03 \\ \Delta(m_n - m_o) &= 0.16 \end{aligned}$$

Efectos de Δd

$$\begin{aligned} \Delta\epsilon &= -0''4 \\ \Delta(m_o - m) &= 0.01 \\ \Delta(m_n - m_o) &= -0.08 \end{aligned}$$

valores perfectamente aceptables y que en ningún caso impiden que la red dé el resultado deseado.

Orientación de la red. Como consecuencia de la dispersión debida a la refracción atmosférica, cada estrella se presenta en realidad sobre la placa como un pequeño espectro. Si además colocamos la red de difracción, la imagen espectral resultante será producto a la vez de la acción de la dispersión de la red y de la dispersión de la atmósfera, que se suman geoméricamente. Pero tomando en cuenta que para los fines astrométricos se observa cerca del meridiano y con distancias conitales menores que 60° , el efecto de la refracción es pequeño y pasa a ser prácticamente indiferente la orientación que se dé a la red. Se prefiere colocarla de manera que sus trazos sean perpendiculares al meridiano, los espectros se forman entonces al norte y al sur de la imagen central y un defecto de guiaje producirá un ensanchamiento en las imágenes que contrarrestará el alargamiento producido por la dispersión.

REFERENCIAS

- (1) AREND, S., Monographics de l'Observatoire Royal de Belgique, N° 2, 1951.
- (2) KAISER, Handbuch der Spektroskopie, Vol. 1, pág. 427.
- (3) AREND, Le matériel photographique et son emploi pour l'observation des astéroïdes et des cometes; en Ciel et Terre, N° 3 y 4, 1940.
- (4) TAYLOR, The adjustment and testing of telescope objectives, Appendix A, pág. 77 y Plate II.

FIGURAS

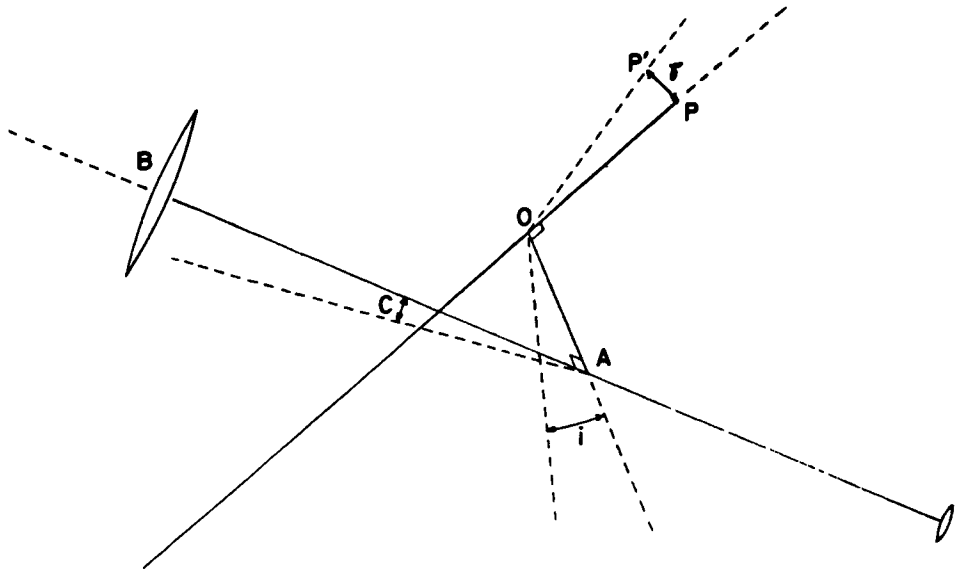


Fig.1

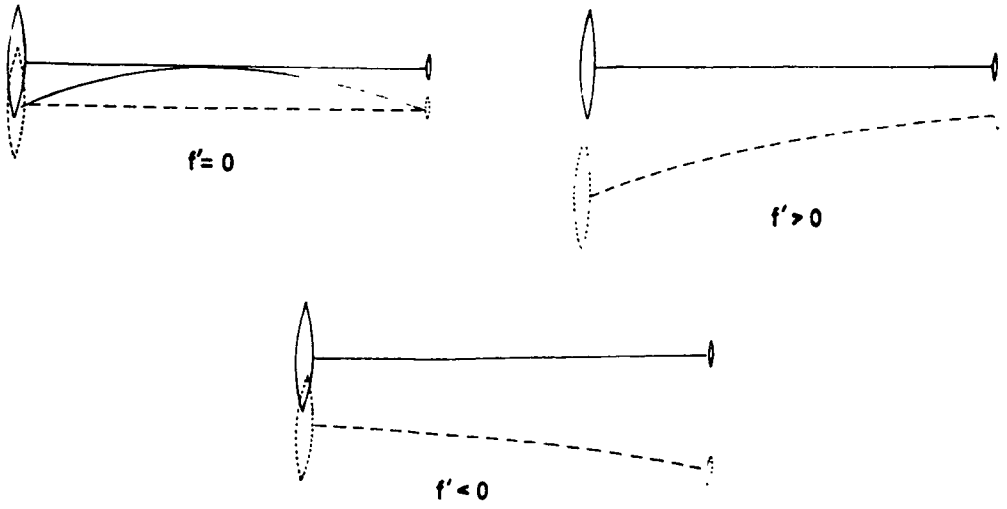


Fig.2

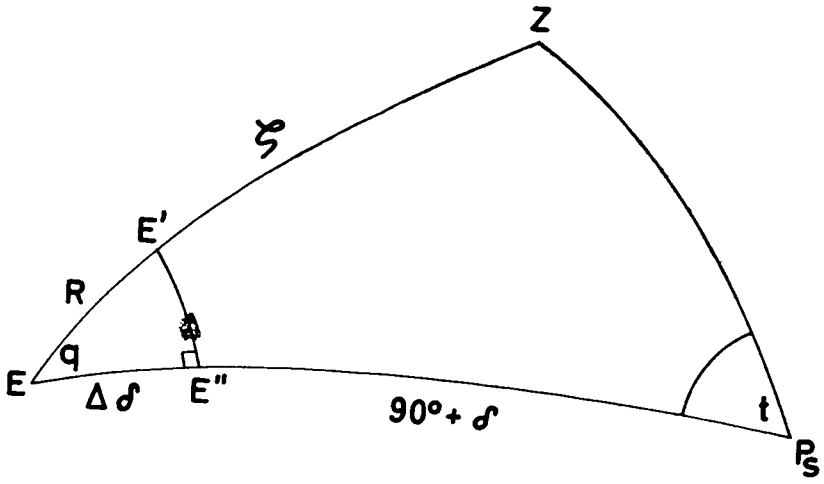


Fig. 3

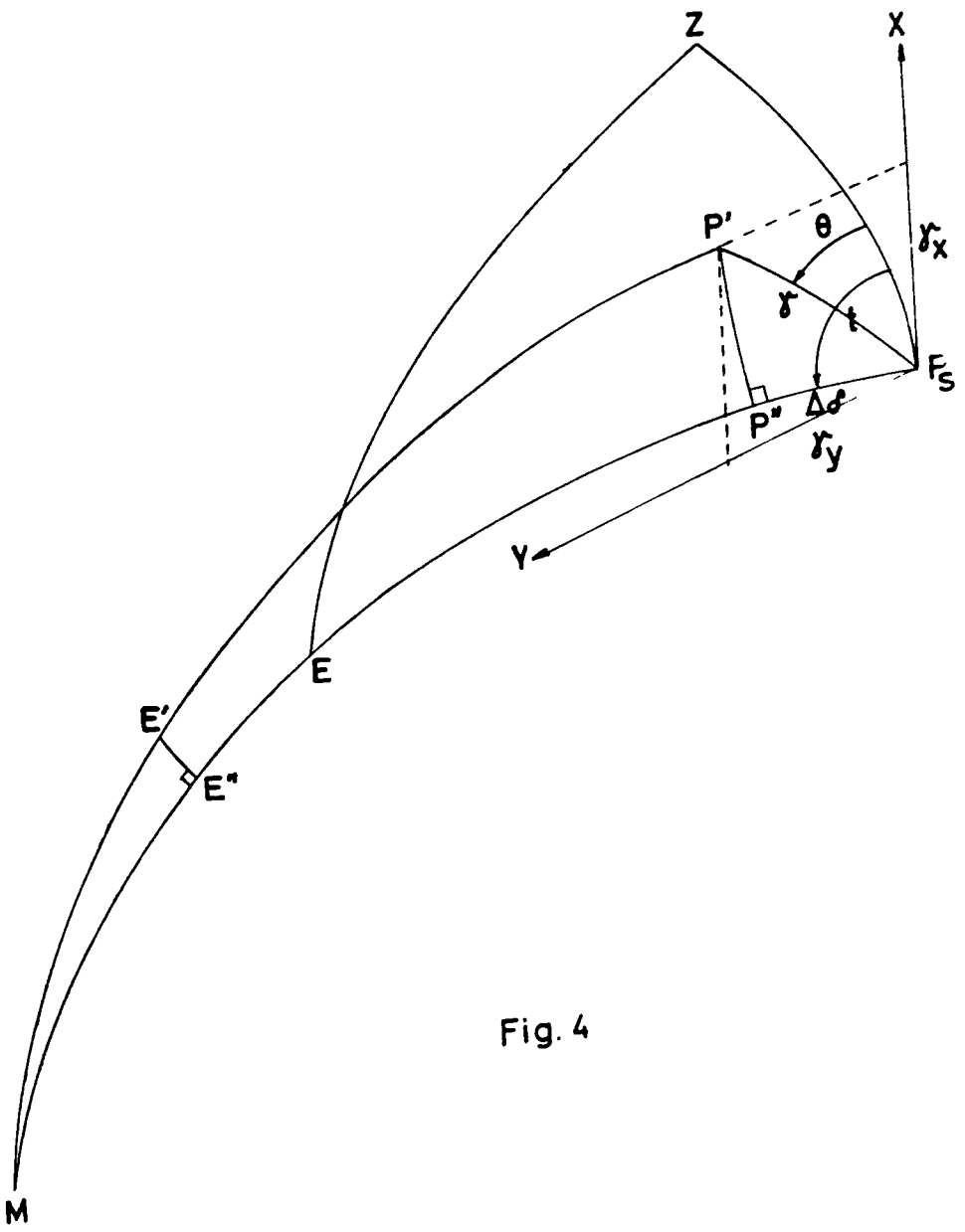


Fig. 4

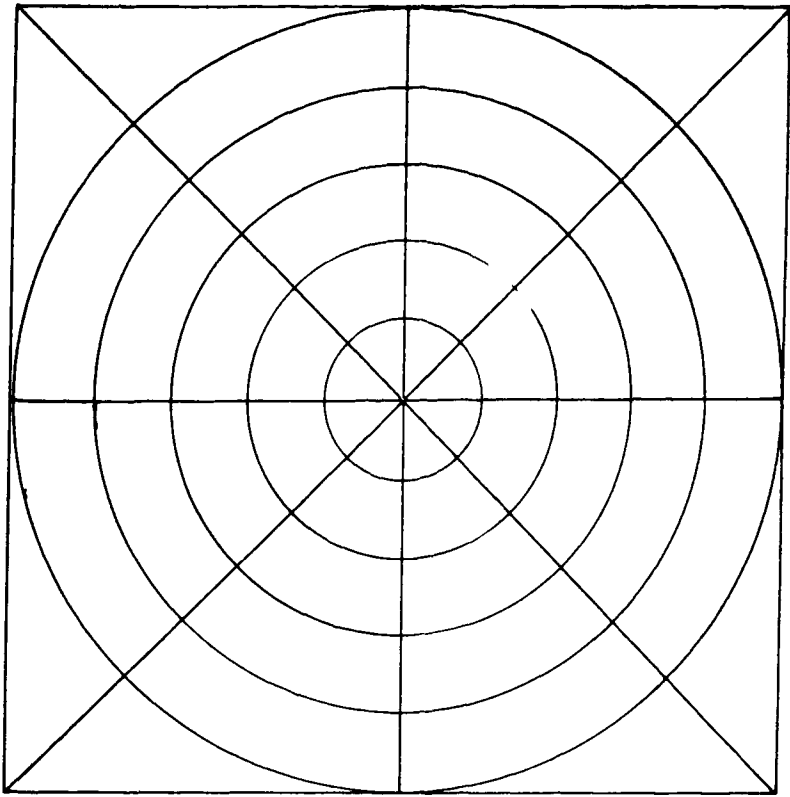


Fig. 5

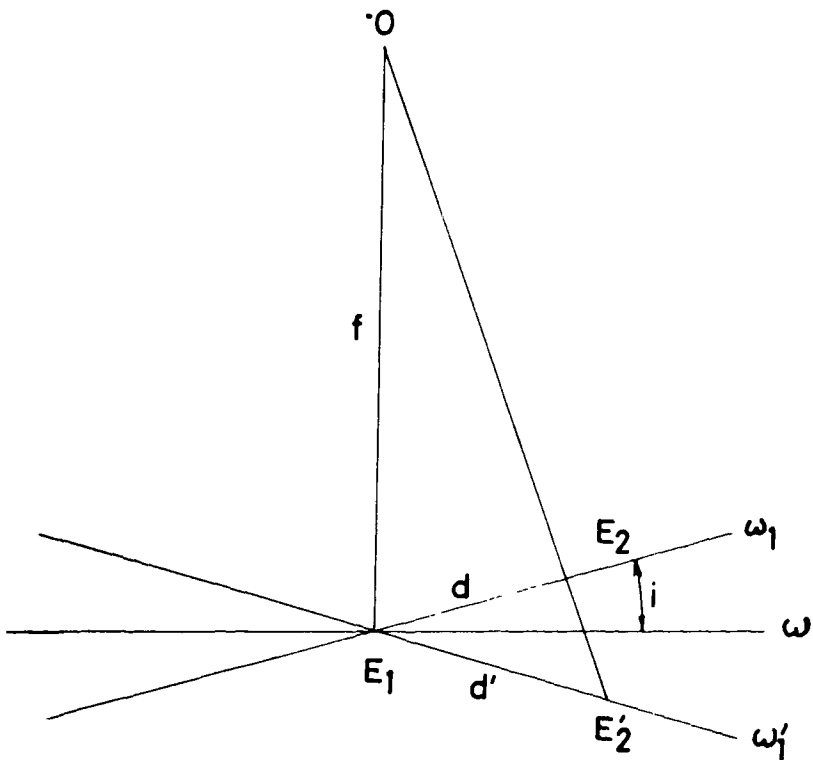


Fig. 6

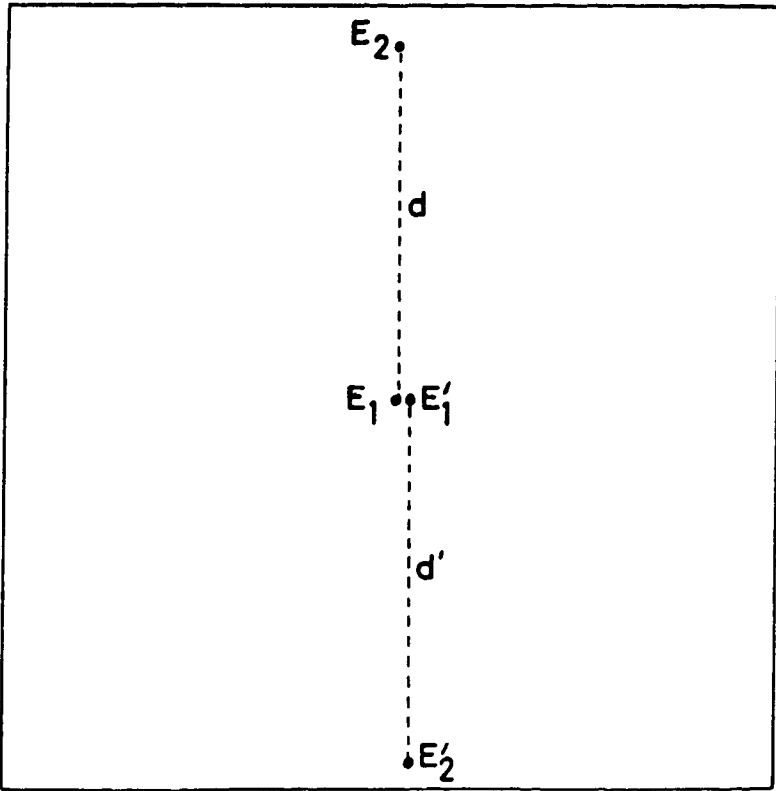


Fig. 7

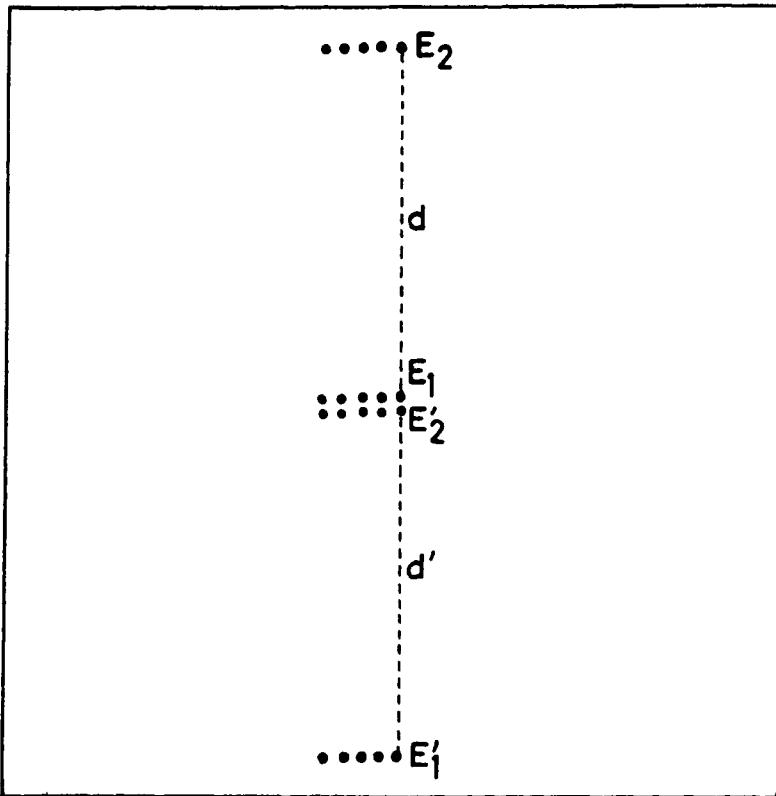


Fig. 8

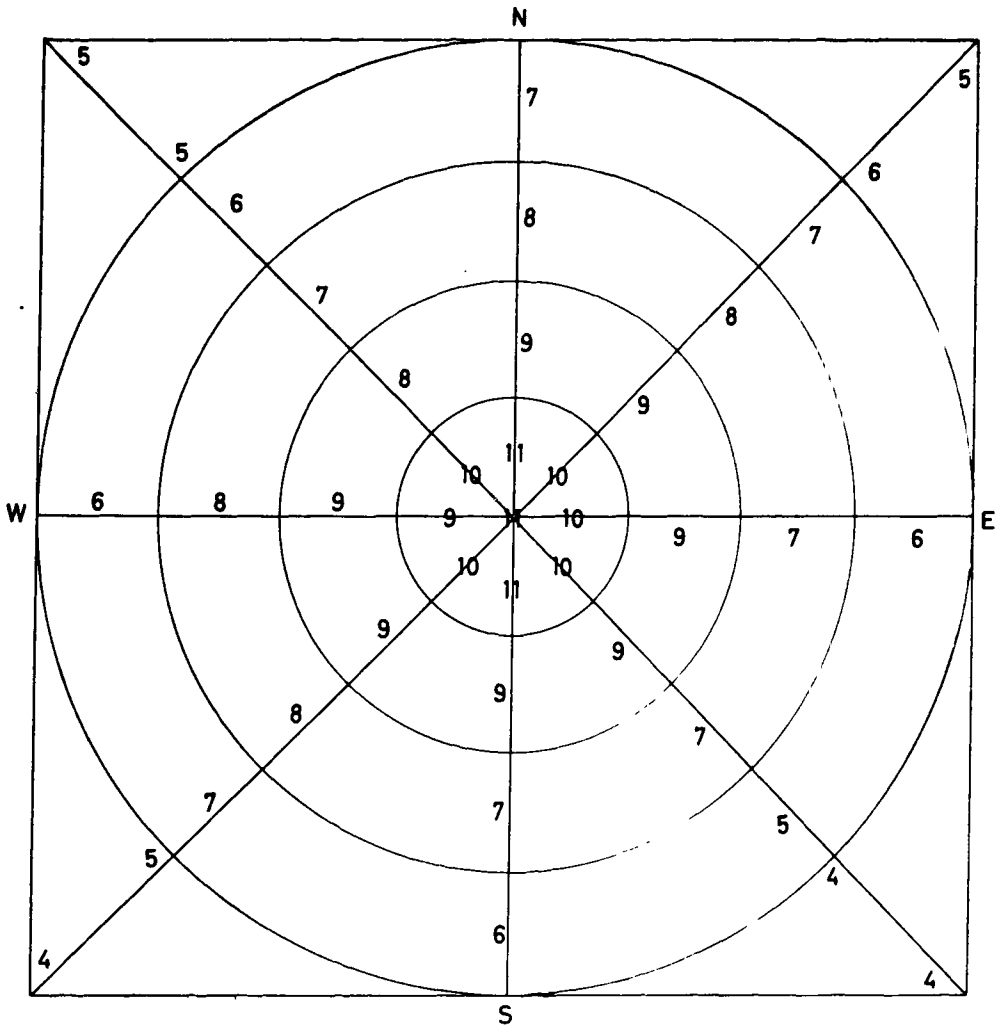


Fig. 9

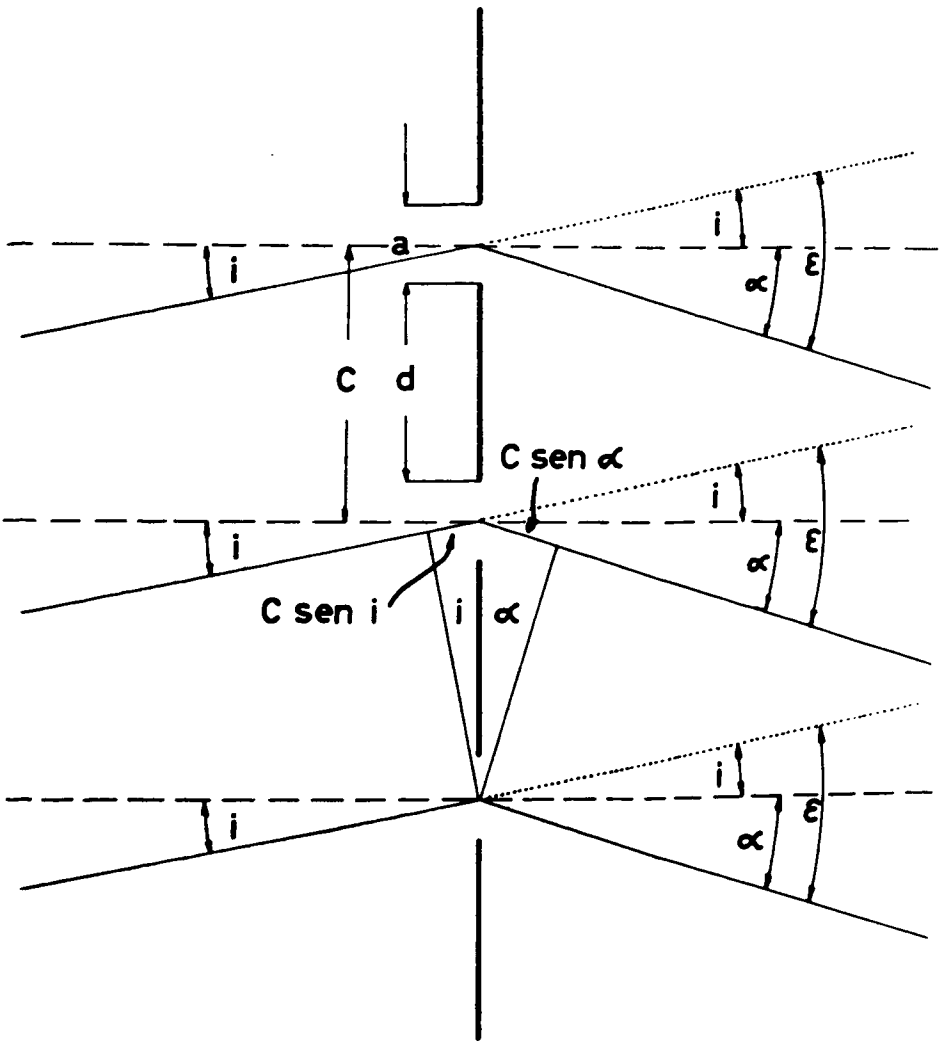


Fig. 10